交通情報の確率分布の相互関係

信州大学工学部　正員　興谷　巖

1．まえがき　本稿では基礎的な立場から種々の交通情報について確率分布の相互関係を解明する。

2．車頭距離間隔と車頭時間間隔の関係　いま，1車線道路上を車がある車頭距離間隔の確率密度 $f(x)$ をもって空間的に分布し，ある空間速度の確率密度 $h(v)$ に従った速度 v を持って走行しているとする。道路上の任意の車の位置を原点と考えたとき，まず上流側の最初の車の位置までの確率密度は $f(x)$ そのものになる。2番目の車の位置までの距離の確率密度は $f(x)$ の2重コンボリューションとして表わされる。同様にして，一般に m 番目の車までの距離の確率密度は $f(x)$ の m 重コンボリューションで表わされる。いま，それを $f^{m*}(x)$ と表わすことにする。このようにして，m 番目の車までの距離 x の確率密度関数がわかると，当該車が原点として定めた地点を通過するまでに要する時間 τ の確率密度 $g_m(\tau)$ は，該当車の速度を v としたとき　$\tau = x/v$　(1)　で表わされることから，$g_m(\tau) = \int_0^\infty f^{m*}(v\tau)h(v)v\,dv$　(2)　のように与えられることになる。そうすると，第1番目の車，第2番目の車，⋯⋯，第 m 番目の車，⋯⋯が原点を通過するまでの時間がすべて t 以上である確率 $G(t)$ は，各車の τ が t 以上である確率の積として，　$G(t) = \prod_{m=1}^{\infty}\int_t^\infty g_m(\tau)d\tau$　(3)　のように表わされる。$G(t)$ は原点に位置した車が原点を通過してから，最初の次の車が原点を通過するまでの時間が t 以上であることを意味しているので，これはとりも直さず車頭時間間隔が t 以上である確率に等しいことになる。したがって，いま車頭時間間隔の確率密度関数を $g(t)$ とすると　$G(t) = \int_t^\infty g(\xi)d\xi$　(4)　であるから　$g(t) = -dG(t)/dt$　(5)　となる。式(5)の $G(t)$ に式(3)を代入すると，結局　$g(t) = \sum_{k=1}^{\infty} g_k(t)\cdot\prod_{\substack{m=1\\m\neq k}}^{\infty}\int_t^\infty g_m(\tau)d\tau$　(6)　となる。逆に，車頭時間間隔の確率密度関数から車頭距離間隔の確率密度関数を導くには次のようにすればよい。道路上の任意の点を原点として下流側に距離軸 x をとり，その点を任意の車が通過した時刻を基準時刻とする。いま，この基準時刻から ξ 時間前に1台前（時間的に1台前という意味）の車が原点を通過しているものとすると，ξ の確率密度関数は当然ながら $g(\xi)$ に等しい。また，2台前の車が ξ 時間前に原点を通過しているものとすると，この場合の ξ の確率密度は $g(\xi)$ の2重コンボリューションによって表わされる。同様にして，一般に j 台前の車が原点を ξ 時間前に通過しているものとすると，その確率密度関数は $g(\xi)$ の j 重コンボリューションで表わされる。いまそれを $g^{j*}(\xi)$ と表わすことにする。そうすると，基準時刻において j 台前の車が存在する位置 x は　$x = v\cdot\xi$　(7)　となる。ここに，v は当該車の速度であるが，この場合の v の分布としては対象としている車を原点を通過した車に限定して考えていることから，時間速度分布（確率密度関数を $\hat{h}(v)$ とする）が対応することになる。したがって，x の確率密度関数 $f_j(x)$ は

$f_j(x) = \int_0^\infty \{g^{j*}(x/v)\hat{h}(v)/v\}dv$　(8)　のように表わされる。ここで，基準時刻以前に原点を通過したすべての車が x 以遠に位置する確率を $F(x)$ とすると，それは個々の車が x 以遠に存在する確率の積として　$F(x) = \prod_{j=1}^{\infty}\int_x^\infty f_j(\eta)d\eta$　(9)　のように与えられる。ところが，$F(x)$ は意味的に考えて，車頭距離間隔が x 以上であるという確率になるから，　$f(x) = -dF(x)/dx$　(10)　となり，これに式(9)を代入することにより，結局　$f(x) = \sum_{i=1}^{\infty} f_i(x)\cdot\prod_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{\infty}\int_x^\infty f_j(\eta)d\eta$　(11)　となる。

3．交通量，速度，交通密度の関係　　まず交通量の確率分布として，時間長さt内にn台の車が道路上の1地点を通過する確率$P_n(t)$を与えると，　$g(t)=-dP_0(t)/dt$　　(12)　　なる関係があることは周知のとおりである。すなわち，交通量の確率分布が与えられると，車頭時間間隔の確率密度関数が決定されるということである。$g(t)$が定まると，2で検討したように，車頭距離間隔の確率密度関数$f(x)$がもとめられる。そうすると，道路の距離区間L内にν台の車が存在する確率$p_\nu(L)$は，一般化されたポアソン分布を導く方法[1)]と同様の方法を適用することにより　　$p_\nu(L)=\int_L^\infty f^{(\nu+1)*}(x)\,dx-\int_L^\infty f^{\nu*}(x)\,dx$　　(13)　　としてもとめられる。逆に，交通密度の確率分布すなわち任意の距離区間xの中にν台の車が存在する確率$p_\nu(x)$が与えられると，式(12)とまったく同様の関係から車頭距離間隔の確率密度関数$f(x)$がもとめられる。すなわち，　$f(x)=-dp_0(x)/dx$　　(14)　　これと空間速度分布の確率密度関数$h(v)$とから$g(t)$がもとめられることは2で述べた。このようにして$g(t)$が定まると，交通量の確率分布$P_n(t)$は，式(13)と同様の関係より　　$P_n(t)=\int_t^\infty g^{(n+1)*}(\xi)\,d\xi-\int_t^\infty g^{n*}(\xi)\,d\xi$　　(15)　　として決定される。次に，交通量および交通密度の確率分布が与えられたとき，速度の確率分布が決定されるか否かについて検討してみる。先に述べたように，交通量の分布から$g(t)$が，交通密度の分布から$f(x)$がそれぞれもとめられるが，式(1)でτの確率密度関数は$f(x)$のm重コンボリューション$f^{m*}(x)$として与えられるから，もしτの確率密度関数$g_m(\tau)$が与えられれば，　$h(v)=\int_0^\infty f^{m*}(\tau v)\,g_m(\tau)\,\tau\,d\tau$　　(16)　　のようにして$h(v)$がもとめられる。しかしながら，式(3)をみればわかるように，$g(t)$の超過確率として$G(t)$を与えても$g_m(\tau)$は一意的には定まらない。したがって，交通量と交通密度の確率分布から空間速度分布をもとめることはできない。このことは，式(7)，式(9)の関係から考えられる時間速度の分布についても同様にいえる。なお，空間速度分布$h(v)$と時間速度分布$\hat{h}(v)$の関係は　　$\hat{h}(v)=v\,h(v)/\bar{v}_s$　　(17)　　としてすでに導かれている[2)]。ここに$\bar{v}_s$は空間平均速度である。

4．オキュパンシーと交通量，交通密度の関係　　すでに発表した著者の研究により，時間オキュパンシーの確率密度は，車長－速度比の分布と交通量の確率分布によって決定され，空間オキュパンシーの確率密度は，空間的な車長分布と交通密度の確率分布によって決定されることがわかっている[3),4)]。逆に，時間オキュパンシーと車長－速度比の分布から交通量の確率分布を，空間オキュパンシーと車長の分布から交通密度の確率分布をそれぞれ導くことは不可能である。

5．各種交通情報の分布の関係　　以上をまとめると図-1のようになる。本図における矢印は，矢印の起点の分布から先端の分布がもとめられることを示している。

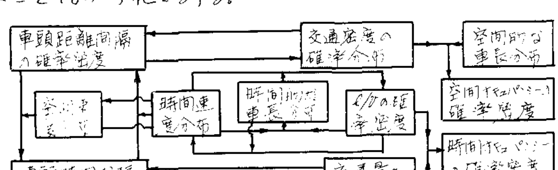

図-1　交通情報の相互関係

6．むすび　　種々の仮定をさらに一般化して，分析を進めることが今後の課題である。

参考文献

1) Haight, F.A.：The Generalized Poisspon Distribution, Annuals of Statistical Mathematics, Tokyo, PP. 101～105, 1959

2)　〃　：Mathematical Theory of Traffic Flow, Academic Press, PP. 115～116, 1963

3) 奥谷巌：交通量と時間オキュパンシーの特性に関する確率論的考察，土木学会論文報告集，No.210, PP. 50～52, 1973

4)　〃　：空間オキュパンシーと交通密度に関する基礎的考察，土木学会中部支部研究発表会講演概要集，PP.177～178, 1973