管網の電気的解法に関する一考察

豊田工業高等専門学校　　渡辺興作
豊田工業高等専門学校　正員○大野俊夫

1．はしがき　与えられた配水管網に相似な回路網を使って管網内の流量および損失水頭を求める方法として管路内流水と回路内電流との相似性を利用する方法がある[(1)(2)]。筆者らは従来のこの回路網に双対な回路網を使って管網のシミュレーションをおこなったところ、良好な結果をえたので報告する。

2．原理　同じ一組の式で記述されるが物理的には異なった二つの系を互いに相似な系という。すなわち管網Aに相似な回路Bが存在する。同じ物理系（たとえば電気系）の中での相似関係を双対という。これらの関係を図1に示す。すなわち図1の回路Bの枝特性の関数形 $V=K_V I^n$ はそのままとし、その変数をIとVを交換して $\bar{B}$ の枝特性 $I=K_I V^n$ とする回路 $\bar{B}$ はBの双対回路となる。これらの関係を簡単な回路について考えると、たとえば図2の(a)において $V=K_{V1}I_1^2+K_{V2}I_2^2=V_1+V_2$ が成立するとき（ただし $K_{V1}I_1^2\equiv V_1$, $K_{V2}I_2^2\equiv V_2$, $I=I_1=I_2=\sqrt{\frac{V_1}{K_{V1}}}=\sqrt{\frac{V_2}{K_{V2}}}$ の関係がある）これらの関係式は図2の(b)であらわせる。ただしIとVの役目は交換されている。

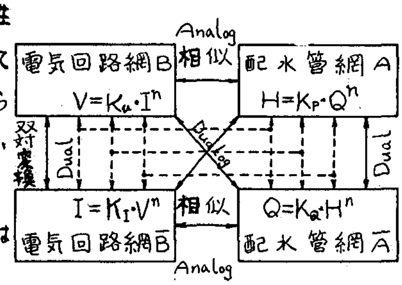

図1　管網、回路の相似、双対関係

これは図2(a)の枝には $V=K_V I^2$ の抵抗器を使用するのに対し(b)では $I=K_I V^2$ 特性を示すバリスタを使用することによる。すなわち $I=K_{I1}V_1^2+K_{I2}V_2^2=I_1+I_2$　ただし $K_{I1}V_1^2\equiv I_1$, $K_{I2}V_2^2\equiv I_2$, $V=V_1=V_2=\sqrt{\frac{I_1}{K_{I1}}}=\sqrt{\frac{I_2}{K_{I2}}}$ の関係がある。この簡単な例より明らかのように双対の関係にある電気回路が二つ存在し、その行動方程式 $y=ax^2$（回路Bでは $V=K_V I^2$, 回路 $\bar{B}$ では $I=K_I V^2$）は形式的には一致する。表1には双対回路の関係をまとめて示した。ゆえに回路Bあるいは回路 $\bar{B}$ のいずれの電気系回路でも配水管網のシミュレーションが可能である。任意の回路B（平面回路）から双対回路 $\bar{B}$ をうる手順を次に示す[(3)]。(1)平面に描かれた回路は平面をP個の領域に分割している。この領域の中に1個ずつの新しい節点を設ける。(2)この節点のうち2個がもとの平面回路の1個の枝によって隔てられているとき、この2個の節点を結びもとの平面回路の枝を横断して新しい枝を設定する。ただし枝の素子特性 $V=K_V I^2$ を新しい枝では $I=K_I V^2$ とする。(3)このようにして作ったすべての新しい節点とこれらを結ぶ新しい枝からなる回路はもとの回路の双対回路となっている。このように回路Bの双対回路 $\bar{B}$ を求めることを回路の双対変換という。

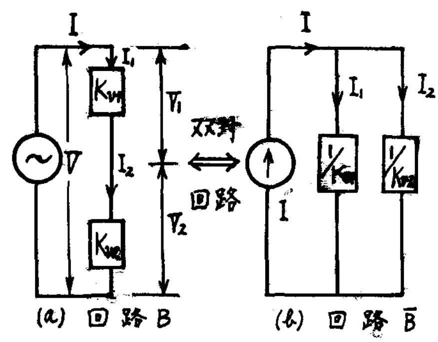

図2　電気回路網の双対性の例

回路B ←双対→	回路$\bar{B}$
K_{Vi} $(i=1,2)$	$1/K_{Vi}\equiv K_{Ii}$ $(i=1,2)$
電流I	電圧V
電圧V	電流I
K_{V1}とK_{V2}が直列	K_{I1}とK_{I2}が並列
K_{Vi}の電流はI_i $(i=1,2)$	K_{Ii}の電流はI_i $(i=1,2)$
K_{Vi}の電圧はV_i $(i=1,2)$	K_{Ii}の電圧はV_i $(i=1,2)$
$V_i=K_{Vi}I_i^2$ $(i=1,2)$	$I_i=K_{Ii}V_i^2$ $(i=1,2)$

表1　双対関係にある電気量

3、実験結果　図3(a)の田の字形の配水管網の各枝路の流量Q、損失水頭Hを電気回路Bで求める方法は多く報告されている。ここでは回路Bに双対変換を施した回路 $\bar{B}$ によって配水管網の流量、損失水

頭を求める実験をおこなった。回路Bでの枝素子はバリスタで特性は $I=K_I V^2$ のものを使用した。図3(a)の双対変換した回路B は図3の(b)に示した。ここの R_1〜R_7 は田の字形の出入流量を制御するためのオームの法則に従う抵抗である。図3の(c)が実験用にバリスタで構成し、各枝路の電圧、電流を測って流量、損失水頭に換算したもので、結果の1例を表2に示す。測定結果とハーディクロス法の計算値との差は次のような点にあると考えられる。(1)バリスタは安価であるが、現在市販されているものは少ないので、図4に示すように広い電圧範囲にわたって2乗特性を示すものが得られなかった。(2)測定器具の精度は数%の誤差をもっている。これらのことを考慮すると、希望の枝特性を示すバリスタが得られれば本法の双対回路によるシミュレーションは十分実用化できることがわかった。

4、むすび　双対性は極端に異質な構造の両回路を統一した視点から理解できることを示しえたと考えられる。実用化の点は安価で良好な2乗特性を示す素子が出現すれば、従来の方法と同様に有効であろう。終りに実験に協力した内田貢朗君に謝意を表する。

参考文献

(1)扇田彦一；管網流量の電気的解法について　水道協会雑誌　昭和27、2

(2)長畑甚次郎；　電気計算盤による配水管網の計算について　水道協会雑誌　昭36，7

(3)高橋秀俊；　回路　裳華房

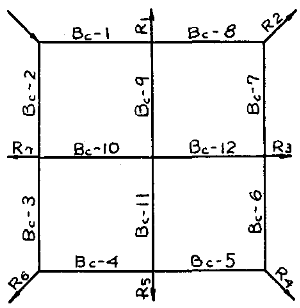

図3(a)　配水管網

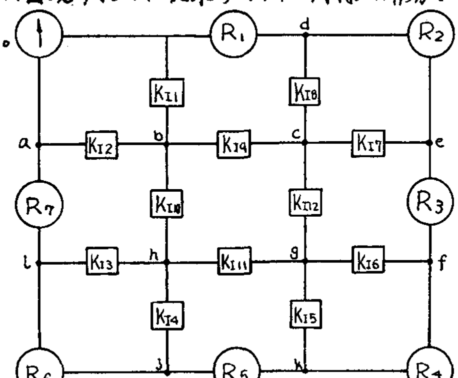

図3(C)　双対回路網

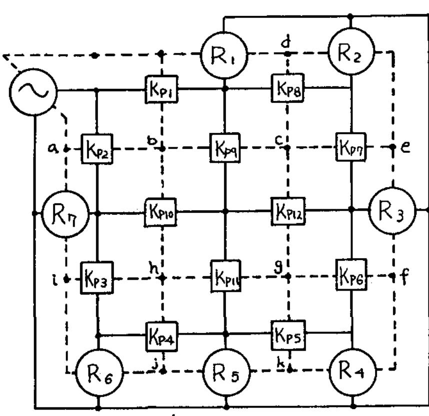

図 3 (b) 双対回路網

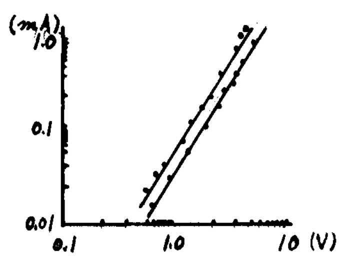

図4　バリスタの特性

表2　実験結果のまとめ

配水管網					双対回路網による実験					計算値	
$\rho_I'=5.19,\ \rho_v'=0.0060,\ \rho'=5000$					バリスタの電流係数	測定値		測定結果		$H=k_cQ^2$	
					K_I	電圧	電流	流量	損失水頭	流量	損失水頭
記号	バリスタの定格	管長(m)	内径(m)	流水抵抗 K_P	$=\frac{1}{\rho'}K_P$	V(v)	I(mA)	Q	H	Q	H
B_c-1	ERV-01E2050M	1497	0.4	295	0.059	9.80	5.50	1.8882	916.67	1.9500	1115.73
B_c-2	ERV-01E2050M	1497	0.4	295	0.059	10.20	5.92	1.9653	986.67	2.0504	1239.29
B_c-3	ERV-01E27R5M	2589	0.4	510	0.102	5.30	4.01	1.0212	668.33	1.0180	532.42
B_c-4	ERV-01E27R5M	1371	0.4	270	0.054	4.50	1.29	0.8671	215.00	0.8603	201.58
B_c-5	ERV-01E2050M	2993	0.35	1200	0.240	2.11	1.20	0.4066	200.00	0.3734	167.15
B_c-6	ERV-01E2050M	3367	0.35	1350	0.270	2.82	2.69	0.5434	431.67	0.5154	358.25
B_c-7	ERV-01E27R5M	1091	0.4	215	0.043	2.40	0.228	0.4624	38.00	0.4503	43.33
B_c-8	ERV-01E27R5M	1509	0.35	605	0.121	3.80	1.71	0.7322	285.00	0.7123	306.07
B_c-9	ERV-01E27R5M	2005	0.4	395	0.079	4.40	1.78	0.8478	296.67	0.8997	317.66
B_c-10	ERV-01E27R5M	2259	0.4	445	0.089	3.60	1.33	0.6936	221.67	0.7137	224.73
B_c-11	ERV-01E27R5M	1574	0.4	310	0.062	6.20	3.96	1.1946	660.00	1.2882	509.64
B_c-12	ERV-01E27R5M	1472	0.4	290	0.058	1.72	0.164	0.3314	27.33	0.3251	30.70