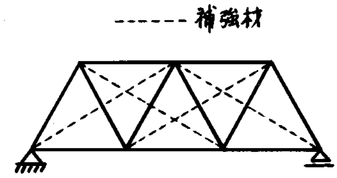
PC鋼線で補強したトラス橋の動的応答解析

信州大学工学部　正会員　吉沢孝和
信州大学工学部　学生員○川口敏広

1．本研究の目的

トラスに，強大地震のような振動外力が働いた時の一破壊形態として，線形領域における共振に近い状態あるいは大きな外力振幅によって，トラスの構成部材が塑性領域に入り，振動中立軸の動揺や一方向への進行が起こって[1]，塑性変形が増大することにより破壊に至るという場合が考えられる．



図－1　補強されたトラス

そこで，このような場合に，PC鋼線のような比較的破断強度の大きい材料を用いた補強材を取り付けて[2]，その配置方法を適当に選ぶことによって，補強材を有効に働かせることができれば，比較的安い費用で被害を小さくおさえることができるのではないかと考え，その効果を調べるために，逐次積分によって応答を求め，その結果を検討することにした．

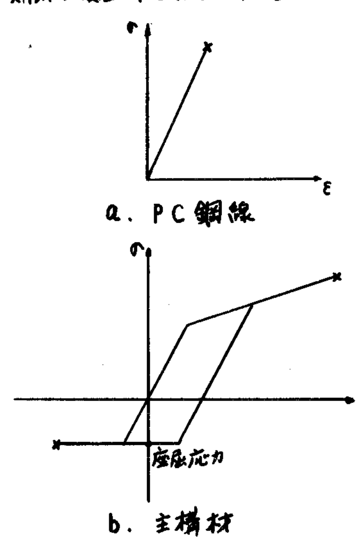
2．解析手順

トラスに対して，いくつかの補強材の配置方法を考え，それらのおのおのに対して正弦波や地震記録から得られた波形を加え，その応答を求める．　また，トラスの変位による復元力の変化に関係する要素として，節点変位によるトラスの形状変化，応力－ひずみ関係の履歴特性および座屈による抵抗力の減少を考えた．

計算にあたり，次のようなモデル化を行なった．

1）　トラスの振動を，各部材の質量を節点へ集中させたバネ－質点系とし，主構材は軸力にのみ，補強材は軸力のうち引張力にのみ抵抗すると考える．

2）　部材の応力－ひずみ関係は，図－2に示すように，主構材の場合は，引張時には双一次履歴特性をもち，圧縮時には座屈応力までは線形でそれ以上の抵抗応力はもたないものとし，補強材の場合は，引張応力とひずみの関係はフックの法則に従うものとする．



図－2　材料の応力－ひずみ関係

3）　各部材の破断条件としては，主構材は，引張時には部材応力が極限強さに達した時に，圧縮時には，部材応力が座屈応力を越え，座屈曲線を正弦曲線としてその曲率より求めた縁応力が降伏応力に達した時に破断するとし，補強材は，部材応力が引張破断強度に達し

た時に破断するとする．

4）各質点は速度に比例した粘性抵抗を受けるものとする．

以上のようなモデルに対して，微小な時間間隔の間復元力は一定であるとして，以下の方法で[3]，逐次積分を行なう．

ここで，次のマトリックスを定義する．

$\mathbb{M}$：質量マトリックス，　$\mathbb{C}$：減衰マトリックス，　$\mathbb{K}$：剛性マトリックス

$\mathbb{Q}$：外力マトリックス，　$\mathbb{U}$：変位マトリックス，　$\mathbb{K}^*$：補正マトリックス

微小な時間間隔をhとし，時刻t＝nh（nは正の整数）とt＝（n＋1）hにおける動的つり合い式を書くと，

$$\mathbb{M}\ddot{\mathbb{U}}_n+\mathbb{C}\dot{\mathbb{U}}_n+\mathbb{K}\mathbb{U}_n+\mathbb{K}^*=\mathbb{Q}_n \qquad (1)$$

$$\mathbb{M}\ddot{\mathbb{U}}_{n+1}+\mathbb{C}\dot{\mathbb{U}}_{n+1}+\mathbb{K}\mathbb{U}_{n+1}+\mathbb{K}^*=\mathbb{Q}_{n+1} \qquad (2)$$

$$\therefore\ \mathbb{M}\Delta\ddot{\mathbb{U}}_n+\mathbb{C}\Delta\dot{\mathbb{U}}_n+\mathbb{K}\Delta\mathbb{U}_n=\Delta\mathbb{Q}_n\ ,\quad \Delta\mathbb{Q}_n=\mathbb{Q}_{n+1}-\mathbb{Q}_n \qquad (3)$$

ただし，　$\ddot{\mathbb{U}}=\frac{d^2}{dt^2}\mathbb{U}$，　$\dot{\mathbb{U}}=\frac{d}{dt}\mathbb{U}$　であり，添字nは時刻t＝nhにおけるものであることを示す．

また，　$\Delta\ddot{\mathbb{U}}_n=\ddot{\mathbb{U}}_{n+1}-\ddot{\mathbb{U}}_n$，　$\Delta\dot{\mathbb{U}}_n=\dot{\mathbb{U}}_{n+1}-\dot{\mathbb{U}}_n$，　$\Delta\mathbb{U}_n=\mathbb{U}_{n+1}-\mathbb{U}_n$　である．

質点が受ける加速度が時間hの間で線形に変化するとみなして，

$$\dot{\mathbb{U}}_{n+1}=\dot{\mathbb{U}}_n+\frac{h}{2}(\ddot{\mathbb{U}}_n+\ddot{\mathbb{U}}_{n+1}) \qquad (4)$$

$$\mathbb{U}_{n+1}=\mathbb{U}_n+h\dot{\mathbb{U}}_n+\frac{h^2}{3}\ddot{\mathbb{U}}_n+\frac{h^2}{6}\ddot{\mathbb{U}}_{n+1} \qquad (5)$$

が成り立つと仮定する．（3），（4）および（5）を使って整理すると，

$$\mathbb{L}=(\mathbb{K}+\frac{3}{h}\mathbb{C}+\frac{6}{h^2}\mathbb{M}) \qquad (6)$$

として，

$$\mathbb{L}\Delta\mathbb{U}_n=\Delta\mathbb{Q}_n+3\mathbb{M}(\ddot{\mathbb{U}}_n+\frac{2}{h}\dot{\mathbb{U}}_n)+\mathbb{C}(\frac{h}{2}\ddot{\mathbb{U}}_n+3\dot{\mathbb{U}}_n) \qquad (7)$$

となる．$\mathbb{L}$は既知であるから，（7）の右辺の値を与えることにより，$\Delta\mathbb{U}_n$が求まる．

$$\Delta\mathbb{U}_n=\mathbb{L}^{-1}\{\Delta\mathbb{Q}_n+3\mathbb{M}(\ddot{\mathbb{U}}_n+\frac{2}{h}\dot{\mathbb{U}}_n)+\mathbb{C}(\frac{h}{2}\ddot{\mathbb{U}}_n+3\dot{\mathbb{U}}_n)\} \qquad (8)$$

$$\mathbb{U}_{n+1}=\mathbb{U}_n+\Delta\mathbb{U}_n \qquad (9)$$

$$\dot{\mathbb{U}}_{n+1}=\dot{\mathbb{U}}_n+\Delta\dot{\mathbb{U}}_n=-\frac{h}{2}\ddot{\mathbb{U}}_n-2\dot{\mathbb{U}}_n+\frac{3}{h}\Delta\mathbb{U}_n \qquad (10)$$

（2）より

$$\ddot{\mathbb{U}}_{n+1}=-\mathbb{M}^{-1}(\mathbb{C}\dot{\mathbb{U}}_{n+1}+\mathbb{K}\mathbb{U}_{n+1}+\mathbb{K}^*-\mathbb{Q}_{n+1}) \qquad (11)$$

となり，初期条件を与えて逐次計算を行なうことにより，応答を求めることができる．

参考文献

1）後藤・家村：強震時における1自由度系の塑性変形に関する考察　土木学会論文報告集第184号　1970．12．

2）吉沢：ピアノ線によるトラス構造物の補強について　第20回橋梁－構造工学研究発表会講演概要集　1973．11．

3）河島：動的応答解析　培風館　1972．7．