斜めスラブアーチの応力解析（その3）

○ 岐阜大学 学生員 近藤 昇
正員 井上 肇

1 まえがき

今回の報告においては，斜めスラブアーチの幾何学的形状の特徴と，その数値解析法である，有限要素法の斜板要素を用いた，折板モデルの特徴を述べる。

2 幾何形状

等厚である斜めスラブアーチの中央面は，図−1に示すように，半径Rの円筒曲面である。この円筒曲面を，Y−Z平面と，Y軸上で斜角αで交わる垂直面で切り取った，幅bの曲面が斜めスラブアーチの中央面となる。したがって，切口断面は，楕円面である。X，Y，Z−軸方向の単位ベクトルを，$\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{k}$とする。Y−軸からの偏角θと，母線方向への距離yにより，曲面上の任意点Pは，（θ，y）で表示される。この点の，X−Y−Z座標系の原点Oに関する位置ベクトル$\boldsymbol{r}$（θ，y）は，

$$\boldsymbol{r}(\theta,y)=R\sin\theta\,\boldsymbol{i}+R\cos\theta\,\boldsymbol{j}+(R\sin\theta/\tan\alpha+y)\,\boldsymbol{k}$$

したがって，楕円切口面方向における，曲面の接線ベクトル$\boldsymbol{g}$（θ，y）は，

$$\boldsymbol{g}(\theta,y)=\frac{\partial\boldsymbol{r}}{\partial\theta}=R\cos\theta\,\boldsymbol{i}-R\sin\theta\,\boldsymbol{j}+R\cos\theta/\tan\alpha\,\boldsymbol{k}$$

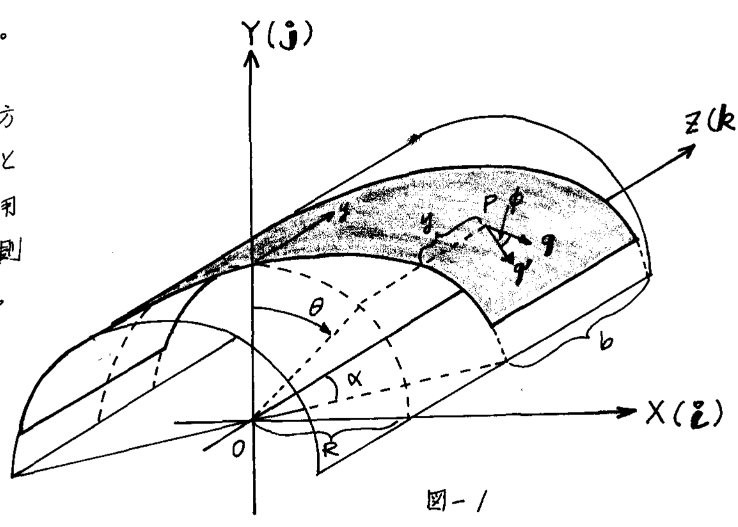
同一点で，円筒断面方向における，曲面の接線ベクトル$\boldsymbol{g}'$（θ，y）は，

$$\boldsymbol{g}'(\theta,y)=R\cos\theta\,\boldsymbol{i}-R\sin\theta\,\boldsymbol{j}$$

したがって，$\boldsymbol{g}$と$\boldsymbol{g}'$のなす角φは，

$$\cos\phi=\frac{\boldsymbol{g}\cdot\boldsymbol{g}'}{|\boldsymbol{g}||\boldsymbol{g}'|}=\cos\theta/\tan\alpha$$

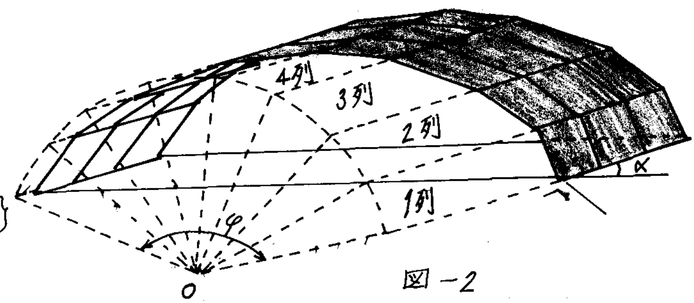
となり，各点で一定ではない。したがって，点Pでの変位，断面力などを，g方向，母線方向，法線方向の成分で考えると，一般に円筒曲面板の解析に用いられる円筒座標系への変換則が各点Pでのθの関数となる。



図−1

3　折れ板モデルの特徴

有限要素法の曲面解析に用いられる，折れ板モデルは，この斜めスラブアーチの場合，斜板要素を用いれば，図−2のようになる。中心角φを，m等分し，それに対応する要素列を考えると，同一列における斜板要素の形状は，同一形である。ところが，異なる要素列においては，要素の形状は、互いに異なっている。図−3を参照して，それを説明する。要素の斜辺の長さaは，



図−2

$$a = \sqrt{v^2 + h^2}$$

ここで，

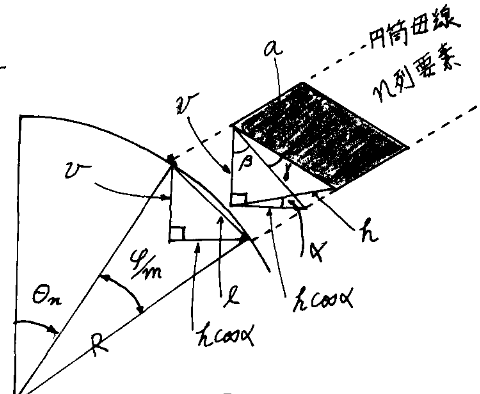
$$h\cos\alpha = R\{\sin(\theta_n + \varphi/m) - \sin\theta_n\}$$
$$= 2R\cos(\theta_n + \varphi/2m)\sin(\varphi/2m)$$

また，

$$v = R\{\cos(\theta_n) - \cos(\theta_n + \varphi/m)\}$$
$$= 2R\sin(\theta_n + \varphi/2m)\sin(\varphi/2m)$$

ゆえに

$$a = \frac{2R\sin(\varphi/2m)}{\cos\alpha}\cdot\sqrt{1 - \sin^2\alpha\,\sin^2(\theta_n + \varphi/2m)}$$



図−3

また，要素の斜角γは

$$\cos\gamma = l/a$$

ここで

$$l = 2R\sin(\varphi/2m)$$

ゆえに

$$\gamma = \cos^{-1}\left(\cos\alpha\Big/\sqrt{1 - \sin^2\alpha\,\sin^2(\theta_n + \varphi/2m)}\right)$$

このような要素を，交角β

$$\beta = \tan^{-1}(h\cos\alpha/v) = \tan^{-1}(\cot(\theta_n + \varphi/2m))$$

で接合して折れ板モデルを組み立てる。

計算結果ならびに実験結果については，発表当日にゆずる。

参考文献

1) 山崎，彦坂；板たわみ角法による立体斜板構造の解析，第14回橋梁構造工学研究発表会，昭42
2) 四野宮，高木，前島，小田；平板結合体としてのスラブ式ラーメンの応力解析．第24回土木学会年次講演会 昭44
3) 井上，前島，近藤；斜めスラブアーチの応力解析，昭和46年度土木学会中部支部研究発表会概要集
4) 近藤，松本，井上，前島；斜めスラブアーチの応力解析（その2），昭和47年度土木学会中部支部研究発表会概要集
5) 坪井，田治見，角野；応用数学，コロナ．