Ⅰ－2

DR法のねじり問題への応用

信州大学　正員　島　坦
信州大学　正員　○野村　文生

1. まえがき

ラーメン，格子等を三次元的に解析しようとする場合，部材のねじりを考慮する必要がある。DR法（Dynamic Relaxation Method）[1]によりその問題を論ずるとき、用いられる粘性減衰係数K、および計算時間々隔Δtの定め方が問題となり特にΔtについては軸方向の応力解析の場合におけるΔtとの差を確める必要がある。ここではねじりの場合における基礎式を誘導するとともに、計算例によって得た結果よりΔtおよびKの性質について考察する。また、ラーメン、格子等三次元解析に用いる基礎式を示し、計算例として格子を解いた結果から問題点等を考察する。

2. 数値計算のための基礎式の誘導

ねじりにおける回転慣性，およびねじり抵抗を考慮してたてられた動的なつり合式、結合方程式、弾性方程式を示すと次のようになる。

$$I_0\left(\frac{d\omega}{dt}+\frac{K}{\Delta t}\cdot\omega\right)=\frac{dM_T}{dx}+\frac{F_T}{\Delta x},\qquad \frac{d\phi}{dt}=\omega,\qquad M_T=GJ\frac{d\phi}{dx}\tag{1}$$

以上の3式を差分表示して整理すると基礎式として次のようになる。

$$\begin{aligned}\omega_A&=\frac{1-\frac{K}{2}}{1+\frac{K}{2}}\cdot\omega_B+\frac{1}{1+\frac{K}{2}}\cdot\frac{\Delta t}{I_0\Delta x}\cdot\left(M_{Tx}-M_{Tx-\Delta x}+F_T\right)\\ \phi_A&=\phi_B+\Delta t\cdot\omega_A,\qquad M_T=\frac{GJ}{\Delta x}\left(\phi_{x+\Delta x}-\phi_x\right)\end{aligned}\tag{2}$$

ϕ：回転角　ω：回転速度　I_0：慣性モーメント　F_T：外力によるねじりモーメント．

またラーメンを構成する各部材の断面がそれぞれ一定の場合の解析については、次のようにねじりを考慮して一層容易な解析が可能となる。それについてはいま部材の質量は無視し、節点に慣性モーメントN、および質量mを仮定する。この状態で節点における動的な回転および動的な変位つり合から方程式をたてると次のようになる。符号は図に示すようにとることとする。

節点の回転つり合から

$$-\sum M_i=N\frac{d^2\theta}{dt^2}+\frac{NK}{\Delta t}\cdot\frac{d\theta}{dt}$$

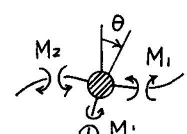


図1

となり結合方程式およびたわみ角からモーメントMを求める式は次のようになる。

$$\frac{d\theta}{dt}=\omega\tag{3}$$

$$M_m=\frac{2EI}{l}\left(2\theta_n+\theta_n-3R_{nf}\right)\ \text{あるいは}\ M_n=\frac{GJ}{l}\left(\theta_n-\theta_f\right)$$

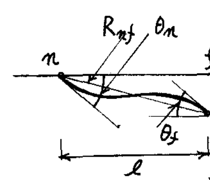


図2

また節点のたわみによるつり合式および結合式を示すと、

$$m\frac{d^2y_n}{dt^2}+\frac{mK}{\Delta t}\frac{dy_n}{dt}=\sum\frac{M_{inf}+M_{ifn}}{l_i}+P,\qquad \frac{dy}{dt}=v,\tag{4}$$

ここで y は節点のたわみ、P は外的な荷重を示す。(3)(4)に示した5つの式が基礎となる。これ等を差分表示し整理すると次のようになる。

$$\omega_A=\frac{1-\frac{K}{2}}{1+\frac{K}{2}}\cdot\omega_B-\frac{\Delta t}{1+\frac{K}{2}}\cdot\frac{\Sigma M}{N}\qquad \theta_A=\theta_B+\Delta t\cdot\omega_A$$

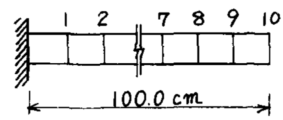
$$v_A=\frac{1-\frac{K}{2}}{1+\frac{K}{2}}\cdot v_B+\frac{\Delta t}{1+\frac{K}{2}}\cdot\frac{1}{m}\left(\sum\frac{M_{inf}+M_{ifn}}{l_i}+P\right),\qquad y_A=y_B+\Delta t\cdot v_A\tag{5}$$

$$M_A=\frac{2EI}{l}(2\theta_n+\theta_f-3R_{nf})\quad \text{あるいは}\quad M_A=\frac{GJ}{l}(\theta_n-\theta_f)$$

ここでAはBより Δt 時間経過後の値を示す。

3. 計算例

式(2)を用いた場合の計算例題として図3に示すような単純な部材について行った。断面は半径 1cm の一様円形断面とし 10 の要素に分割、荷重として自由端に 1000.0 Kg.cm のねじりモーメントを作用させた。K= 0.10，Δt = 0.0008 sec とした場合、繰返し数 100回で有効数字3ケタまで正確な値を得ることができた。



ρ = 7.8 g/cm³

E= 2.1×10⁶ Kg/cm²

図3

式(5)を用いた場合の計算例題として図4に示すような格子を解析した。剛比は横げたのねじり剛度を基準剛度とし、その曲げを 1.5、主げたねじりを 2.0、曲げを 3.0 とした。K = 0.06，Δt = 0.0003 sec とし繰返し数 120回で得られた結果をたわみ角法による解析値[2]と比較して表に示す。

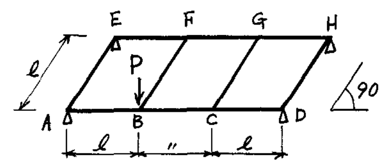


図4

4. 考察

応力の伝達速度は、直応力とセン断応力とでは異るので、Δt 決定に当っては注意を必要とする。同時解析の場合は、収束度を等しくするためにKの値を修正するのが妥当と思われる。断面一様なラーメン等の解析には、式(5)を使用する事により数値計算用のプログラムは容易に組むことができ、また他の方法に比べ計算機の記憶容量が少くて解析できる等の長所があるといえる。しかしDR法においては、Nおよび m の決定方法、またK，Δt の決定についても今後研究すべき点がいくつかあると思われる。

モーメント　係数 Pl/100

M	DR法	たわみ角法	M	DR法	たわみ角法
AB	− 3.5	− 3.5	EF	3.5	3.5
BA	−53.8	−53.5	FE	− 13.1	− 13.1
BC	52.6	52.2	FG	14.3	14.3
CB	− 20.8	− 20.9	GF	− 11.9	− 12.2
CD	22.6	22.9	GH	10.1	10.4
DC	2.4	2.4	HG	− 2.3	− 2.3

文献 (1) 馬場・成岡：差分表示を用いる新しい構造解析法，土木学会誌　1973年 8月

(2) 村上・吉田：格子の解法，コロナ社