杭先端角度の差異における地盤変化（その３）

名城大学　正会員　柴田道生

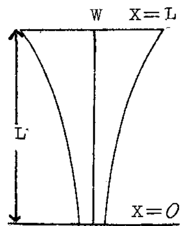
名城大学　正会員○阿河武志

１）まえがき

杭が貫入する場合にまず先端から地盤に貫入していくので、先端のみを考えて杭先端（５cm、カット）が近似的に円錐部であるとして、波動方程式を用いて、杭の歪みと応力、加速度を求めて又杭の振動と地盤の振動が等しいと仮定して地盤圧縮変位量を求めたものである。

２）理論式

図－１のように x 軸を取り杭の x ＝ x における断面積をA x 方向の変位を u 、Cを衝撃波の速度とすると、運動方程式は次のようである。



$$\frac{\rho A}{g}\frac{\partial^2 U}{\partial t^2}=EA\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}-n^2U\right) \quad \cdots\cdots(1)$$

（１）式を整理すると

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2}=C^2\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}-n^2U\right) \quad \cdots\cdots(2)$$

但し、$C=\frac{gE}{\rho}$、E＝杭の弾性係数

ρ＝杭の密度、杭の形状率＝$\frac{1}{2l}\log\frac{A_2}{A_1}$

（３）式のように x について指数関数的に変化している場合には、$A=A_0e^{2nx}$ $\cdots(3)$

U なる関係で $U=ue^{nx}$ $\cdots(4)$

又、（２）式は、u は x と t との関数 $u(x,t)=u(x)\sin\omega t$ とおけば（２）式の左辺は $-\omega^2U$ となり

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}+\left(\frac{\omega^2}{C^2}-n^2\right)U=0 \quad \cdots(5)$$

（５）式を変数分離で解いて、一般解は

$$U=(A\cos rx+B\sin rx) \quad \cdots(6)$$

但し、A、Bは積分常数

（６）式を（４）式に代入すると

$$u=e^{-nx}(A\cos rx+B\sin rx)\sin\omega t \quad \cdot(7)$$

但し、$r=\sqrt{\frac{\omega^2}{C^2}-n^2}$ から円振動数 ω をもとめると

（７）式から $\sqrt{\frac{\omega^2}{C^2}-n^2}\,l=\pi$ から $\omega=\frac{C}{l}\sqrt{(\pi^2+n^2l^2)}$

となる。よって（７）式の条件式は地盤を弾性体と考えて

（一）$x=0$　$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)=k$ $\cdots(8)$

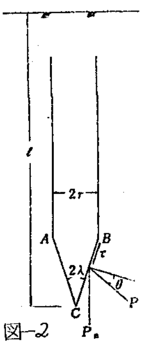
但し、k＝地盤係数

図－２より、ＡＢＣを杭先端円錐部とする。

l＝地表面より杭先端部までの深さ、2λ＝杭先端角

θ＝土の内部摩擦角

P＝杭先端部における受動土圧



図－２

P_n＝受動土圧の鉛直成分、K_P＝受動土圧係数

よって、$P_n=wlK_P\sin(\lambda+\theta)$

斜面ＢＣに沿う剪断抵抗応力 s は、単位面積あたり受動土圧の鉛直成分に $\tan\theta$ を乗じた値に等しいから　$s=wlK_P\sin(\lambda+\theta)\cos\lambda$

杭先端円錐部が地面に突入する場合、鉛直成分１cm 貫入に対して剪断係数を k' とすると

$$k'=\frac{s}{1cm}=\frac{wlK_P\sin(\lambda+\theta)}{1cm}\cos\lambda$$

今、杭頭荷重を P_0、杭先端貫入量 δ は＝$\frac{P^0}{A_ik'}$

但し、A_i＝杭先端円錐部表面積＝$\pi r^2\mathrm{cosec}\lambda$

よって鉛直方向地盤反力係数Ｋは

$$K=\frac{P^0}{\delta}=\frac{P^0}{P^0/A_ik'}=k'\pi r^2\mathrm{cosec}\lambda=\frac{wlK_P\sin(\lambda+\theta)\cos\lambda}{1cm}\pi r^2\mathrm{cosec}\lambda$$

図－１より、x 軸方向の杭の先端変位を u'、杭の断面積をＡ、杭の弾性係数をＥとする。

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)=\frac{K'}{AE}k^0$$

但し、k^0 は単位無次元

以上より（８）式の条件が成立する。

（二）　$x=l$、$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)=\frac{ml\omega^2}{C^2}ke^{-nx}$ $\cdot(9)$

図－１より、杭頭部に重さＷのハンマーが v の速度で衝突した時、杭頭部では、ハンマーの

慣性力と等しい力が発生する。即ち

$$AE\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)=-\frac{W}{g}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right) \quad \cdots\cdots (10)$$

ハンマーの重さWと杭の重さ$Ar\ell$との比をmとすると$m=\frac{W}{Ar\ell}$よって(10)式は

$$m\ell\left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right)=C^2\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) \quad \cdots\cdots (11)$$

以上から、条件式(8)式と(9)で解くと

$$A=\frac{k-rB\sin\omega t}{-n\sin\omega t},\quad B=\frac{k\left(\frac{m\ell}{K^2}\omega^2\sin\omega t-\cos r\ell-\frac{r\sin r\ell}{n}\right)}{\sin r\ell\left(-n-\frac{r^2}{n}\right)\sin\omega t}$$

よって一般解に代入して

$$u=e^{-nx}(A\cos rx+B\sin rx)\sin\omega t \quad \cdots (12)$$

(12)式より、歪量は$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)=e^{-nx}\{A(-n\cos r\ell-r\sin r\ell)+B(-n\sin r\ell+r\cos r\ell)\}\sin\omega t$ ・・(13)

応力は、$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)=e^{-nx}\{A(-n\cos r\ell-r\sin r\ell)+B(-n\sin r\ell+r\cos r\ell)\}AE\sin\omega t$ ・・(14)

3)地盤の振動と杭の振動が等しいと仮定して地盤の圧縮変位量を求める。

$$y=u\sin 2\pi\frac{x''}{\lambda} \quad \cdots\cdots (15)$$

(15)式より圧縮変位量が求められ、uの値を(12)式より先端角30度及び60度より変位をもとめて代入すれば求められる。又、周期$T=\frac{2\pi}{\omega}$、圧縮波の伝播速度$V_s=52\sqrt{N}$より$V_s=5000$ cm/secとして$\lambda_{30}=439$、$\lambda_{60°}=194$、

(12)式より $u=e^{-nx}(A\cos rx+B\sin rx)\sin\omega t$

加速度は$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right)=-\omega^2 e^{-nx}(A\cos rx+B\sin rx)\sin\omega t$ (16)

4)計算例

先端角30度の場合

$\omega=71.648$　$r=0.178$　$k=21\times10^{-7}$ kg/cm²

$n=0.03$　$A=47890\times10^{-7}$ kg/cm²　$B=15040\times10$

先端角60度の場合

$\omega=161.206$、$r=0.393$　$k=14\times10^{-7}$ kg/cm²

$n=0.06$　$A=4369\times10^{-7}$ kg/cm²　$B=549\times10^{-7}$ kg/cm²

落下高さ＝30cm、W＝20kg、E＝10^5 kg/cm²

$r=1.6\times10^{-3}$ kg/cm, $\theta=30$　、$\omega=1.8$ t/cm

$K_p=3$　、　$C=40415$ cm/sec²

$\frac{m\ell\omega^2}{C^2}=5.824$　$\frac{m\ell\omega^2}{C^2}=29.950$

(一)　先端角の歪量

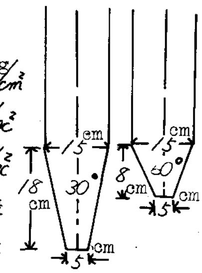
$\varepsilon_{30}=-393\times10^{-7}$、$\varepsilon_{60}=-267\times10^{-7}$

(二)　先端角の応力

$\sigma_{30}=-24.72$ kg/cm²、$\sigma_{60}=-16.77$ kg/cm²

(三)　加速度$_{30}$＝48 cm/sec²

加速度$_{60}$＝43 cm/sec²



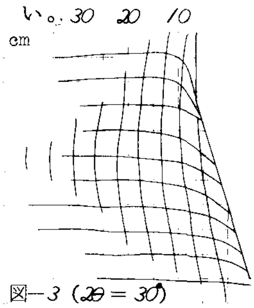
(四)　地盤圧縮変位置は表－1に示す。図－3、図－4は杭が地盤に貫入する変位量を示している。

表－1 地盤圧縮変位量

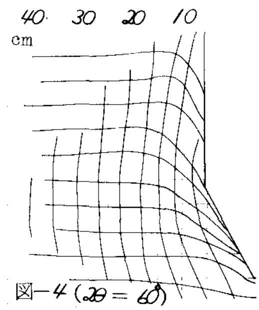
先端よりの距離	先端30度	先端60度
18cm	1911×10^{-7}	
16	1554×10^{-7}	
14	1191×10^{-7}	
12	882×10^{-7}	
10	610×10^{-7}	
8	388×10^{-7}	405×10^{-7}
6	216×10^{-7}	229×10^{-7}
4	96×10^{-7}	101×10^{-7}
2	20×10^{-7}	23×10^{-7}

以上のことから、地盤圧縮変位量を比較すると先端角30度が小さく、又、先端角60度が大きくなっている。変位量が大きいほうが地盤の密度を粗にする。すなわち圧縮変位量の大小は地盤の攪乱度の大小を意味している。又、歪、応力、加速度を比較すると先端角30度のほうが大である。換言すれば、大きな支持力を得ようとすれば、杭先端軸力を大にして貫入性を大にすれば良いことである。

よって、先端角度30度のほうが支持力が大きい。



図－3 (2θ＝30°)



図－4 (2θ＝60°)

参考文献

1)　杭先端角度の差異における地盤変化、中部支部S46

2)　工業振動学演習、学献社、古川英一、神保泰雄著

3)　振動工学、誠文堂新光社、西村源六郎著