

淡水塩水二層間の抵抗係数について

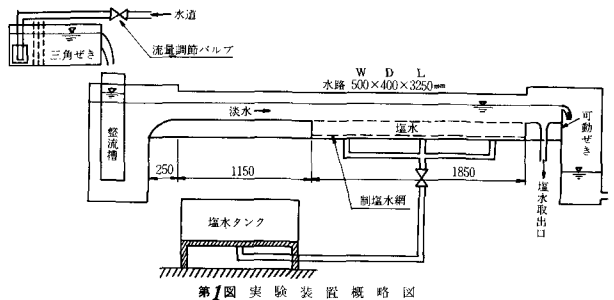
長岡工業高等専門学校 正員 吉田 茂

1 まえがき

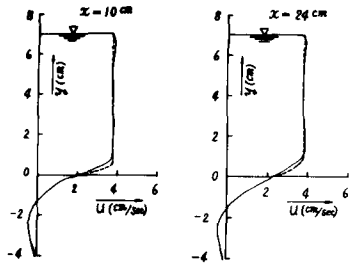
弱混合型の密度流の現象の解明にとって、境界面の抵抗係数の性質を調べることは、工学的に極めて意義深い。二層のうち、下層静止、上層流動の場合の抵抗係数は、従来多くの場合、抵抗係数は一定（流下方向の平均値）とし、密度流現象の解明が行なわれて来たようである。しかし抵抗係数は、場所ごとに变化するものと考えられるので、この点を明らかにする意図をもって上層流の流速分布特性と抵抗係数について、理論的にまた実験的に考察を行った。

2 実験

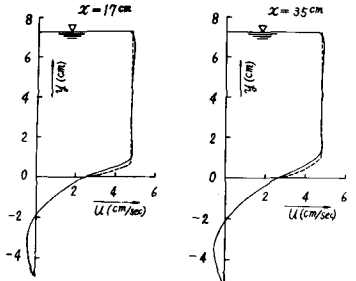
実験装置は第1図のとおりである。水路床には、塩水の流入による乱れを抑制するために制水円板及び制塩水鋼が設けられている。水路勾配は0であり、下層水深は14cmである。実験は所要の密度の塩水を水路床に導き、所定の水深まで満たし、約2～3時間放置した後、上層に淡水を流した。流れが定常状態になった後、上層の流速分布（Water blueの小粒子を水路中心線上に落し、色素の軌跡を作り、その移動状態を適当な時間間隔でカメラで撮影し解析した）及び速度境界層の発達の模様（水路側面にセロハン紙を貼り、Water blueの粒を落し、その描く線の最初に曲る点をプロットすることによって得られた）を調べた。なお実験中の水温は淡水9℃、塩水10℃であった。



第1図 実験装置概略図



第2図 流速分布の実験結果



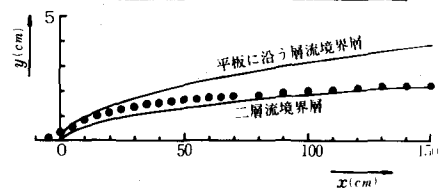
第3図 流速分布の実験結果

3 実験結果

第2図及び第3図中の実線は実験により得られた流速分布であり、点線は理論曲線(6)式である。実験条件は、第2図($\Delta\rho=0.0119/cm^3$, $\bar{U}=3.69cm/s$, $Re_1=1730$, $Fi=0.424$, $h_1=7.04cm$) 第3図($\Delta\rho=0.0119/cm^3$, $\bar{U}=4.66cm/s$, $Re_1=2270$, $Fi=0.551$, $h_1=7.30cm$)である。この流速分布より、流下方向に速度境界層の発達の模様が観察される。そこでこれを詳しく調べたものが第4図及び第5図である。

●は実験値、二層流境界層は理論による(9)式、また平板層流境界層は $\delta=4.91\sqrt{\frac{\nu x}{U}}$ で計算されるものを示した。第6図は抵抗係数の流下方向変化を示す。○は実験値で※字は流下方向の位置を示す無次元数 h_1/x の値である。この抵抗係数は実験の流速分布により、 $C_f=\frac{2\mu_1}{\rho_1\bar{U}^2}\left(\frac{dU}{dy}\right)_{y=0}$ を用いて計算した。実線は理論曲線(10)式である。

実験条件	$\Delta\rho=0.0119/cm^3$	$\bar{U}=3.69cm/s$
	$Re_1=1730$	$Fi=0.424$



第4図 速度境界層発達の模様

4 理論的解析

上層の流速分布の解析に際して、境界層方程式を適用する。考えるモデルは第7図のとおりである。【記号の説明】 h : 水深, U : 流速, μ : 粘性係数, ν : 動粘性係数, ρ : 密度, $\Delta\rho$: 上下層の密度差, $\bar{U}$: 上層の平均流速, u_i : 境界面流速, δ : 境界層厚さ, Re : レイノルズ数, Fe : 内部フルード数, でお添字の1, 2は, それぞれ上層及び下層を示す。

$$\text{基本式 } u_i \frac{\partial u_i}{\partial x} + v_i \frac{\partial u_i}{\partial y} = \nu_i \frac{\partial^2 u_i}{\partial y^2} \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x} + \frac{\partial v_i}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

$$\text{境界条件 } y=0 \text{ で } u_i = u_i, v_i = 0, y=\delta \text{ で } u_i = U(x) \quad (3)$$

まず境界層内の流速分布 u_i の第一次近似として,

$$\frac{u_i}{U_i} = 1 + \left(\frac{v}{U_i} - 1\right) \frac{y}{\delta} \quad (4) \quad \text{とおき, また}$$

(1), (2)式より, 基本式は次のように書ける。

$$\nu_i \frac{\partial^2 u_i}{\partial y^2} = u_i \frac{\partial u_i}{\partial x} - \frac{\partial u_i}{\partial x} \int_0^y \frac{\partial u_i}{\partial x} dy \quad (5)$$

次に, (4)式を(5)式の右辺に代入し, その際 $U(x) \approx \text{const.}$ の取り扱いをし, 境界条件(3)のもとで解けば, 流速

$$\text{分布は, } \frac{u_i}{U_i} = 1 + \left[\left(\frac{v}{U_i} - 1\right) + \frac{u_i}{24\nu_i} \left(\frac{v}{U_i} - 1\right) \left\{4 + \left(\frac{v}{U_i} - 1\right)\right\} \delta \delta'\right] \left(\frac{y}{\delta}\right) - \frac{u_i}{6\nu_i} \left(\frac{v}{U_i} - 1\right) \delta \delta' \left(\frac{y}{\delta}\right)^3 - \frac{u_i}{24\nu_i} \left(\frac{v}{U_i} - 1\right)^2 \delta \delta' \left(\frac{y}{\delta}\right)^4 \quad (6)$$

次に, $U(x), \delta(x)$ を決める。 $U(x)$ は上層の流量条件

$$\bar{U} h_1 = U(x)(h_1 - \delta) - \int_0^\delta u_i dy \quad (7) \quad \text{により}$$

$$\frac{U(x)}{U_i} - 1 = \frac{2h_1/\delta (\bar{U}/U_i - 1)}{(2h_1/\delta - 1)} \quad (8)$$

一方境界層厚さ $\delta(x)$ は, $\mu_i \frac{\partial u_i}{\partial y} \Big|_{y=\delta} = 0$, なる条件

を始点条件 $x=0$ で $\delta=0$ の下で解いて

$$\frac{\delta}{h_1} = \sqrt{\frac{4(4+3N)}{(1+2N)}} \frac{\nu_i}{\bar{U} h_1} \frac{x}{h_1} \quad (9) \quad \text{また境界面の抵抗}$$

係数は, $\tau_i = \mu_i u_i \frac{\partial (u_i/\mu_i)}{\partial y} \Big|_{y=0} = C_f \frac{\rho_i \bar{U}^2}{2}$ により

$$C_f = \frac{8(4+9N)}{3(4+3N)(1+2N)} \left[\sqrt{\frac{4(4+3N)}{(1+2N)}} Re_i \frac{h_1}{x} - \frac{3(1+3N)}{2(4+9N)} \right] \frac{1}{Re_i} \quad (10)$$

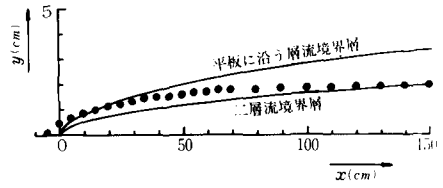
$$\text{ここに, } Re_i = \frac{\bar{U} h_1}{\nu_i}, N = \frac{\mu_1 h_2}{\mu_2 h_1}$$

なお上述の計算においては, $\frac{U_i}{\bar{U}} = \frac{3N}{4+3N}$ (上下層共 Poiseuille-flow で扱って得られる) なる関係を用いており, また(8)式, (9)式, (10)式の誘導に当っては (δ/h_1) の高次の項を無視している。

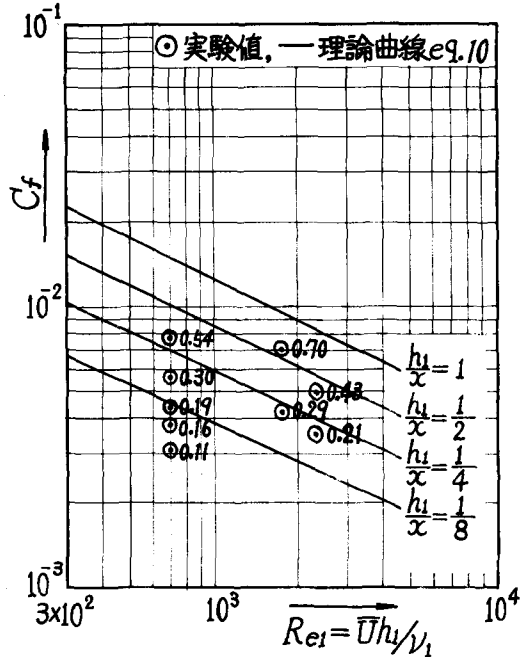
5 考察

流速分布および境界層の発達の様態について, それぞれ図でみるように理論と実験は, かなり良い一致を示している。しかし境界面の抵抗係数は, 流下方向に減少する傾向については説明できるが, 全体的に実験値は理論によって得られる値より小さ目である。その他, 説明不足の点, 並びに問題点については, 講演の際報告する。

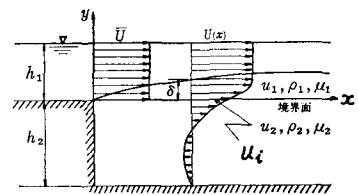
実験条件	$\Delta\rho = 0.011 \text{ g/cm}^3$	$\bar{U} = 1.66 \text{ m/s}$
	$Re_i = 2270$	$Fe = 0.551$



第7図 速度境界層発達の模様



第6図 抵抗係数の流下方向変化



第7図 二層流モデル I