

## プロペラ流速計によるレイノルズ応力の測定

信州大学工学部 (正) 余越正一郎

/ 大学院 (学) 〇中沢 一博

## 1. まえがき

乱流平均流においてレイノルズ応力テンソルが中心的役割を演じることは周知の通りである。しかし、レイノルズ応力スペクトルに寄与する乱子は、いわゆる等方性領域の外にあるために、現代乱流理論をもってしてもレイノルズ応力の構造解明に関しては全く無力である。そこで多くの実験が試みられているが、レイノルズ応力の測定は普通の1次元エネルギースペクトルの測定に比して著しく困難なことは常識的である。

Hot-Film流速計 (McQuivey他) は空気乱流の微細構造の測定には威力を発揮したが、その原理からして水中使用、特に現地では非常に使いにくいものである。これに対して超音波流速計 (石原他) や電磁流速計 (Bowden他) は現地観測に適し、数多くの長所をもっているが、高価なことが難点である。レーザー流速計 (Logan) は全く実験室用である。プロペラ式流速計は、構造简单で直線性も十分あり、安価でしかも非常に取扱いの簡単な測器である。レイノルズ応力に寄与する乱子は大きいので、流速計の応答もあまり問題がないであろう。

以上からわかるように、実河川でのレイノルズ応力の測定には、プロペラ式流速計を利用するのが賢明なことがわかる。

本文は、1ヶの小型のプロペラ式流速計を用いて水流のレイノルズ応力を測定する方法を考察して、実験水路で試験的に測定した結果を示すものである。

## 2. 小型プロペラ流速計

使用するものは、直径1.3 cm、4枚羽根金属性プロペラで、回転数の検出には電気抵抗の変化を使用する。1回転で4つのパルスが発生する。1秒間のパルス数  $n$  と流速  $V$  の間には、4 cm/sec 以上の範囲で

$$V = 0.76 \, n + 3.3 \quad (\text{cm/sec}) \quad (1)$$

なる関係がよく成立している。

プロペラの応答はEXP的と考えて、インディシャル応答から時定数を求めたものをFig. 1に示す。

次に、方向特性を求めたものをFig. 2に示す。予想外にCosine曲線に近いことがわかる。

プロペラの有限の大きさ、時定数を持つため、乱流場の切断が行なわれる。応答距離  $L = U\tau$  で、寸法  $L$  の測器で、3次元スペクトルテンソル  $\Phi_{ij}(\mathbf{K})$

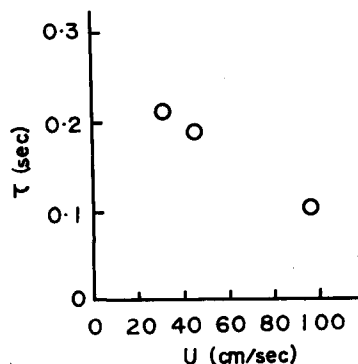


Fig. 1 プロペラの時定数

の乱流場を測定してえられる1次元スペクトル

$\widetilde{F}_{ij}(k_1)$  は

$$\widetilde{F}_{ij}(k_1) = \frac{1}{1+k_1^2 L^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2(\mathbf{K}L/2)}{(\mathbf{K}L/2)^2} \Phi_{ij}(\mathbf{K}) d\mathbf{k}_2 d\mathbf{k}_3$$

ここで、 $\mathbf{K}$  は波数ベクトルである。一応の目安として乱流場を等方性と仮定し、

$$\Phi_{ij}(\mathbf{K}) = \frac{E(k)}{4\pi k^4} (k^2 \delta_{ij} - k_i k_j)$$

$$E(k) \sim k^{-5/3}$$

としてみると、 $\widetilde{F}_{ij}$  は真のスペクトル  $F_{ij}$  にくらべて Fig. 3 のように減衰する。Fig. 3 において、 $k_1, k_2$  は、主流方向  $x$  および横断方向  $y$  の測器の寸法である。乱子の通過周波数を  $n$  として、 $k_1 = 2\pi n / \bar{u}$ 。今の場合、 $k_2 = 1.3 \text{ cm}^{-1}$ 、 $k_1 = 0.2 \text{ cm}^{-1}$  である。

### 3. 測定原理

一般に、レイノルズ応力を求めるには流速変動の2成分を2つの流速計で同時に測定して共分散を計算するわけであるが、特性の全く同じ流速計を2つ用意しなければならず、また、流速検出回路も2つ必要となってくる。ここでは1本のプロペラ流速計を軸のまわりの回転させてレイノルズ応力を測定する方法を採用する。

Fig. 4 のような平均流  $\bar{u}$  に対してプロペラの回転軸が  $\alpha$  傾いている場合の検出される流速

$U_{\text{eff}} = \bar{u}_{\text{eff}} + U'_{\text{eff}}$  の2乗平均  $\overline{U_{\text{eff}}^2}$  は、 $U'/\bar{u} \ll 1$ 、 $V'/\bar{u} \ll 1$  という仮定のもとで、Taylor 展開による2次以上の項を無視すると、次で与えられることがわかっている。

$$\overline{U_{\text{eff}}^2}(\alpha_0) = \overline{U'^2} f^2(\alpha_0) - 2 \overline{U'V'} f(\alpha_0) g(\alpha_0) + \overline{V'^2} g^2(\alpha_0) \quad (2)$$

ここに、 $U', V'$  は主流方向  $x$  および横断方向  $y$  の乱れ速度、 $f(\alpha)$  は流速計の方向特性によって定まる無次元関数で、 $f(0) = 1$  と規準化されたものである。理論的には、 $f(\alpha) = \cos \alpha$  である。

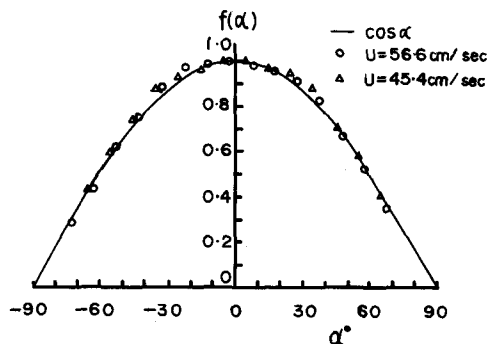


Fig. 2 プロペラ流速計の方向特性

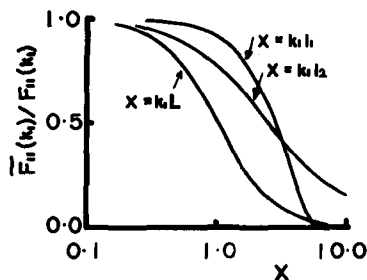


Fig. 3 1次元スペクトル応答

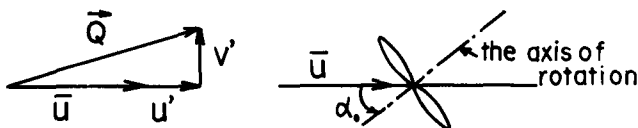


Fig. 4 速度ベクトルおよびプロペラの傾き

$g(\alpha)$  は  $f(\alpha)$  の導関数で、 $g(\alpha) = df(\alpha)/d\alpha$ 。 $U_{eff}$  は、2次元速度ベクトル  $\vec{u}$  とプロペラ回転軸のなす角度を  $\alpha$  として、 $U_{eff} = |\vec{Q}| f(\alpha)$  と定義されるものである。実際には、例えば Hot-Wire 流速計による測定においては、 $f(\alpha)$  の関数形が、計算に便利な形に仮定される。実際の方向特性曲線に対するこの仮定による近似の誤差は、レイノルズ応力測定の精度に大きく影響することが知られている。ここでは、Fig. 2 の方向特性から  $f(\alpha)$ 、 $g(\alpha)$  を求めて、それを計算に用いた。

式(2) から明らかなように、3種類の角度で  $U_{eff}$  を測定すれば、3元1次連立方程式を解くことにより、 $\overline{U^2}$ 、 $\overline{V^2}$ 、 $\overline{U'V'}$  が簡単に求められることがわかる。実際には精度の周係が角度  $\alpha_0$  が  $30^\circ \sim 70^\circ$  程度の範囲で、 $\alpha_0$  を数種類に変えて最小2乗法から計算するものである。

#### 4. 測定方法

動ひずみ計をノゲージ法のように用いて、プロペラの回転によるインピーダンスの変化をパルス状に検出する。これを波形整形して、充放電式の周波数—電圧変換装置に入力し、メータ指示をするように電圧出力として取り出す。さらに、これを R.M.S. メータに入力して  $\sqrt{U_{eff}^2}$  を求めるわけである。そのブロック図を Fig. 5 に示す。

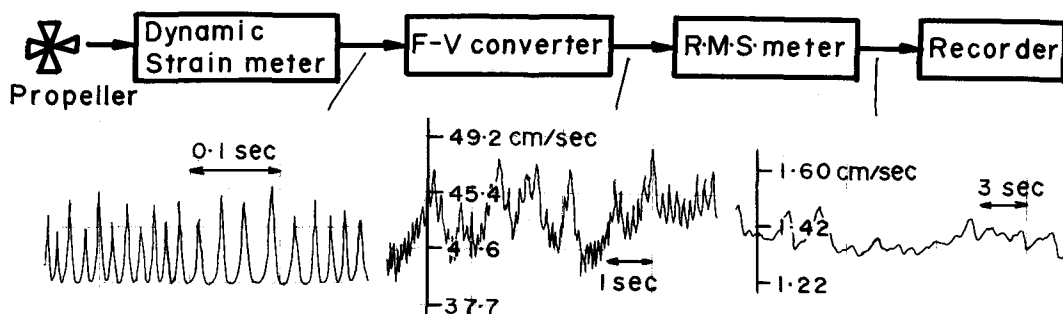


Fig. 5 測定のブロック図

周波数—電圧変換装置は、10 mV ~ 20 V のパルスまたは正弦波を入力とし、0 ~ 100 Hz, 0 ~ 500 Hz, 0 ~ 1 kHz を 0 ~ 100 mV に変換するものである。

#### 5. 測定例

巾29 cm、深さ20 cm、長さ10 mの鋼製水路において試験的に測定した結果を Fig. 6 と Fig. 7 に示す。水路軸に沿って X 軸、横断方向に Y 軸、鉛直上向きに Z 軸をとり、それぞれ方向の流速変動を  $U'$ 、 $V'$ 、 $W'$  とする。同一の高度で横断方向に測点を移動して測定を行なったものである。

#### 6. 考察

式(2) を導く過程の近似度は、予想以上に高いことが知られているが、式(2) のにおいて、 $f(\alpha)$  は2乗で効くので、 $f(\alpha)$  の仮定、主流方向の設定、プロペラの角度設定には十分注意をはらわねばなら

ない。

この方法の欠点は、1点での測定に長時間を要することである。すなわち、これを $\alpha$ を変えて少なくとも3種類行なうので、1点でレイノルズ応力テンソルの対角成分の1つを知るためには、普通の $\overline{u^2}$ などを測定する場合の少なくとも3倍の時間を必要とする。

例えば、流速変動 $\overline{u^2}$ を観測時間 $T_*$ で測定して $(\overline{u^2})_{T_*}$ をえたとすると、  

$$\frac{(\overline{u^2})_{T_*}}{\overline{u^2}} = 1 - \frac{1}{T_*^2} \int_0^{T_*} (T_* - t) R(t) dt$$

ここで、Euler 相関を

$$R(t) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{t}{T_0}\right)^{2/3}, & (t \leq T_0) \\ 0, & (t > T_0) \end{cases}$$

$T_0$ : 最大乱子の通過時間  
 と考えると次々なる。

$$\frac{(\overline{u^2})_{T_*}}{\overline{u^2}} = 1 - \frac{4}{5} \frac{T_0}{T_*}, \quad (T_* > T_0)$$

測定によると、平均流速 $U$ 、水深 $H$ のとき

$$T_0 \approx 10H/U$$

であることが知られている。

ここで、例えば、4%の精度で $\overline{u^2}$ を求めようとするとき、

$$T_* = 200H/U$$

という観測をしなければならぬ。したがって、レイノルズ応力をこの方法で求めるには、

$$T_* > 600H/U$$

が必要となる。例えば、 $H=1\text{m}$ 、 $U=1\text{m/sec}$  とすると、10分も要することとなる。

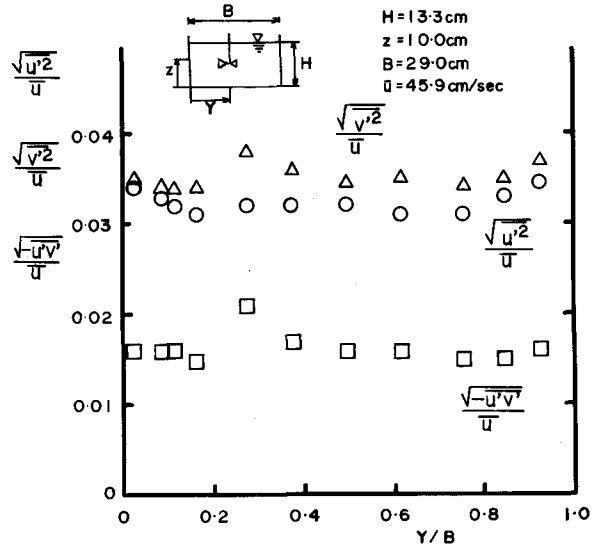


Fig. 6 測定例

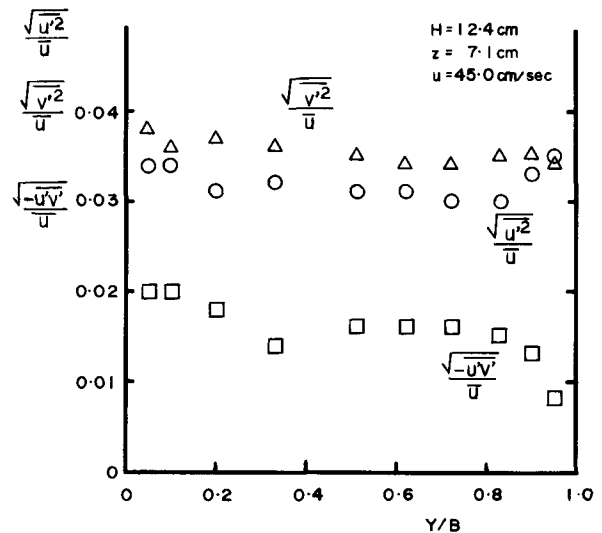


Fig. 7 測定例