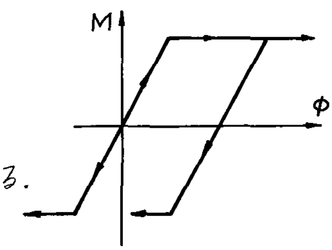
繰返し荷重をうける構造物の変形に関する一考察

信州大学工学部　正員 ○ 草間　孝志
〃　　　学生員　中村　卓史

1．まえがき

変動荷重をうける構造物が，漸増崩壊または交番塑性崩壊するときの荷重の最小値を，変形硬化荷重といい，その値は変形硬化解析によって求められるが，この解析法は荷重の変動範囲を求めることを目的としたもので，構造物が変形硬化するときの変形については言及していない。変動荷重をうける構造物の塑性ヒンジは，載荷中のある段階で次々に形成されるが，塑性ヒンジ回転量は回転限界以下でなくては，変形硬化解析によって求められた荷重は意味をなさない。本報告は変形硬化荷重が漸増崩壊で支配されるときの構造物の変形について述べたものであり，変形硬化荷重をうけた構造物の残留変形を，荷重履歴に関係なく直接求める方法を検討したものである。



図－1

2．仮定および条件

1）曲げモーメント・曲率関係は図－1に示すような完全弾塑性とする。

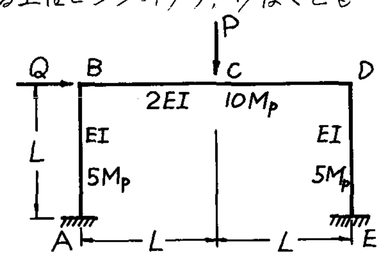
2）変形硬化荷重は漸増崩壊で支配される。

3）変形硬化荷重と残留モーメントは既知である。

4）荷重のある段階で形成された塑性ヒンジは，構造物が変形硬化するまでは同一方向に回転する。

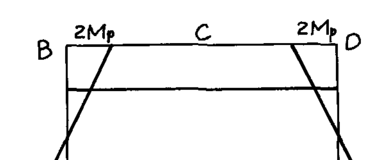
5）構造物が変形硬化するためには，漸増崩壊機構で示される塑性ヒンジのうち，少なくとも一つはヒンジ回転量が0であることが必要である。

3．変形硬化荷重をうけた構造物の残留変形計算法



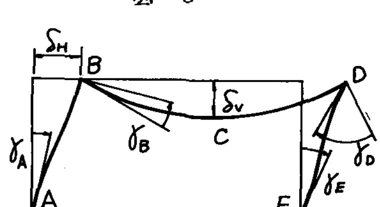
図－2

計算例によって説明する。図－2に示すラーメンの荷重の変動範囲を　$0 \leq P \leq 12M_p/L$，　$0 \leq Q \leq 7M_p/L$　とする。このラーメンの変形硬化の安全率は2（漸増崩壊の安全率は2，交番塑性崩壊の安全率は2.29）であり，漸増崩壊機構は side sway mech. で，残留モーメントは図－3のようになる。



図－3

いま，このラーメンの漸増崩壊機構が side-sway mech. であることを考えて，その残留変形を図－4のように仮定する。図中のγは塑性ヒンジ回転角で，各点での最大弾性モーメントと最小弾性モーメントに残留モーメントを考慮した値のうち，いづれの値がその点の全塑性モーメントに一致するかによって，ヒンジ回転角の方向を定めたものであり，したがって，γは図示の方向を正とする。塑性ヒンジ回転角 γ_A, γ_B, γ_D, γ_E とそれらの点の残留モーメントとの関係は，線形関係にあり，弾性計算によって求められる。いま，後述の変形に関するたわみ角法と符号を合せるため，材端モーメントは右まわりを正とすると，残留モーメン



図－4

トmとヒンジ回転角γとの関係は式（1）

$$\begin{bmatrix} m_{AB} \\ m_{BD} \\ m_{DE} \\ m_{ED} \end{bmatrix} = \frac{EK}{21} \begin{bmatrix} 44 & -2 & -16 & -26 \\ 2 & -23 & 5 & 16 \\ -16 & -5 & 23 & -2 \\ -26 & -16 & -2 & 44 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_A \\ \gamma_B \\ \gamma_D \\ \gamma_E \end{bmatrix} \qquad (1) \qquad K = \frac{I}{L}$$

で与えられる。上式右辺の係数行列の行列式は0となる。したがって，式（1）の左辺に図−3の残留モーメントを代入してもγは求まらない。このことは，残留モーメント分布が与えられても一意的に残留変形は決定できないことを示す。しかしながら，式−（1）の4個のγのうちどれか1つのγの値が既知であれば，その他のγは決定できる。そこで，前述の2・5）の条件を用い，その中の一つを0とおいて式−（1）を解いたとき，すべてのγが負でない解が得られるとき，変形硬化荷重での真の残留変形を与える。

以上の計算は，単純崩壊直前の構造物の変形計算に広く用いられている，たわみ角法を用いても計算できる。残留変形に対しては荷重が0であるから，たとえばAB部材に対しては式−(2)となる。

$$\theta_{AB} = \frac{\delta_H}{L} + \frac{L}{6EI}(2m_{AB} - m_{BA}) \qquad (2)$$

各点での連続条件は $\theta_{AB} = \gamma_A$，$\theta_{BC} - \theta_{BA} = -\gamma_B$

$\theta_{DE} - \theta_{DC} = \gamma_D$，$\theta_{ED} = \gamma_E$ で与えられる。

負でない解は $\gamma_B = 0$ のときであり，解は

$$\left.\begin{aligned} &\gamma_A = 1.5\frac{M_pL}{EI}, \quad \gamma_D = 3\frac{M_pL}{EI}, \quad \gamma_E = 1.5\frac{M_pL}{EI} \\ &\frac{\delta_H}{L} = 1.5\frac{M_pL}{EI}, \quad \frac{\delta_V}{L} = 0.5\frac{M_pL}{EI} \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

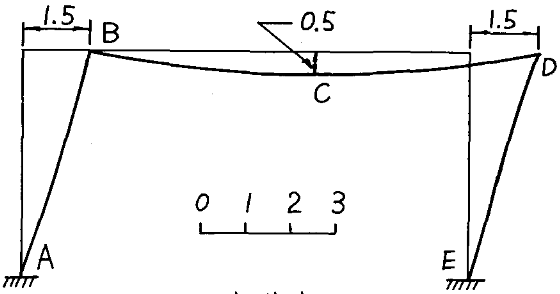
となる。このときの残留変形を図−5に示した。

4．逐次計算法との比較

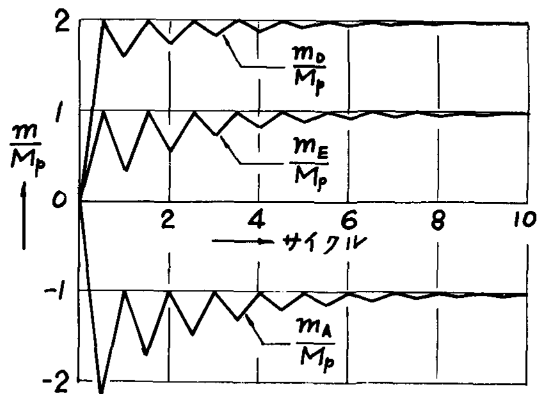
このラーメンの最も危険な負荷過程は i) P,Q とも載荷 ii) P=Q=0, iii) Qのみ載荷 iv) P=Q=0 が繰返される場合であり，逐次計算法による結果を図−6，7，8に示した。荷重の繰返しにともなって，式−（3）の解に近づくことがわかる。

5．結言

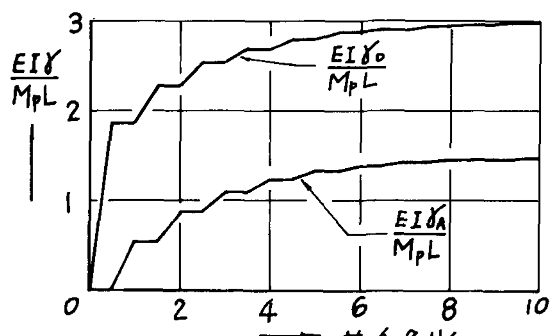
本法によれば，荷重履歴に関係なく変形硬化荷重での残留変形が求められる。



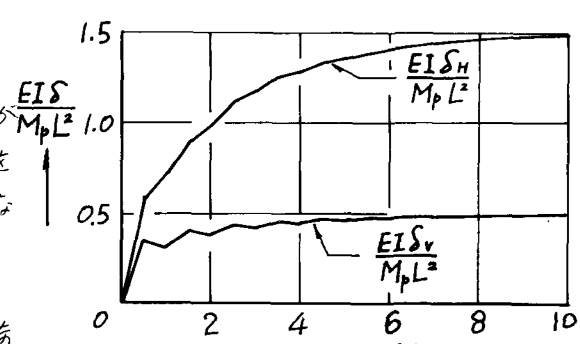
図−5　残留変形 $EI\delta/(M_pL^2)$



図−6 残留モーメント



図−7　残留塑性ヒンジ回転角



図−8　残留変位