

信頼性を考えた橋梁の載荷実験

金沢大学工学部 正会員 小堀嘉雄
石川高専 正会員 〇土村穂典

1. まえがき

橋梁が架設された後、どの程度の安全度を有するか知る必要がある。また、近年自動車が大型化され、ときとして大きな荷重が橋梁に載荷されることが考えられるため、既設の橋梁においてもどの程度の荷重に耐え得るか知っておく必要がある。そのために種々の載荷試験が行なわれている。機械製品のように、比較的安価で同一の製品が多く生産される場合には、幾つかの製品を破壊試験することによりその製品のもつ強度を推定することが出来る。しかし、橋梁ではこのような方法を用いることはできない。従来行なわれている載荷試験では、設計荷重や実働荷重に近い実験荷重を載荷し生じた応力と許容応力あるいは降伏応力とを比較することにより、その安全性が検討されていた。

しかしこのような載荷試験では、実際に近い荷重を得ることは困難でありまた実験もかなり大掛りとなり、所詮その橋梁の破壊荷重を決定することはできない。そこで本研究では、橋梁の安全性を信頼性理論の立場から考え、比較的簡単な載荷実験により橋梁の破壊強度を統計確率論的に推定し、橋梁の持っている信頼度を得る方法について研究することとした。ここでは、橋梁のなかでも特にトラス橋について述べることにする。

2. 載荷実験より破壊荷重の推定

Fig. 1 に示すようなトラス橋について説明する。いま載荷実験において、支点Aより任意の距離 x はなれた地点に、 P_x なる大きさの荷重を載荷し、その荷重量を次第に増加する。そうすれば、ある任意の部材 i の活荷重応力 $\sigma_{e,i}$ と

載荷荷重 P_x との間にFig. 2に示すような関係が得られると考えられる。その結果より次式で示されるような P_x と $\sigma_{e,i}$ の関係を表わす $C_{i,x}$ が測定される。

$$C_{i,x} = \frac{\sigma_{e,i}}{P_x} \quad (1)$$

また、トラス橋には活荷重が載荷される前に死荷重が加っており、死荷重応力 $\sigma_{d,i}$ が発生している。以上のことと、式(1)の関係より、部材 i の全応力 σ_i は次式のように表わすことができる。

$$\sigma_i = C_{i,x} \cdot P_x + \sigma_{d,i} \quad (2)$$

式(2)から分かるように、荷重 P_x が大きくなれば σ_i も大きくなり、部材 i において次式で示されるような条件が成り立つとき、その部材は破壊する。そして、トラス橋のような静定構造物では1つの部材の破壊は構造全体の破壊になる。

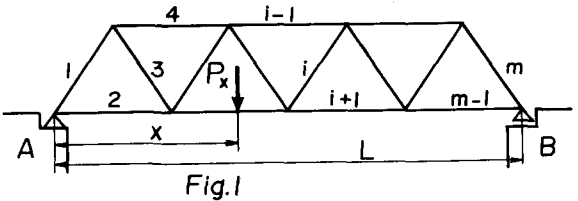


Fig. 1

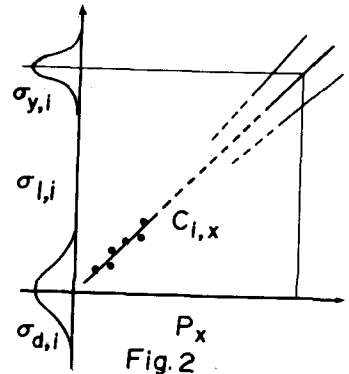


Fig. 2

$$\sigma_i > \sigma_{y,i} \quad (3)$$

ここに、 $\sigma_{y,i}$ は、部材 i が破壊する応力である。しかし、部材 i の破壊応力 $\sigma_{y,i}$ の実際の値を知ることはできなく、一般にある分布法則に従う確率変数と考えればよく、その分布関線を $F_{\sigma_{y,i}}$ とする。いま、荷重 P_x による部材 i の破壊確率を $Pf_{px,i}$ とすれば次式が成り立つ。

$$Pf_{px,i} = F_{\sigma_{y,i}}(\sigma_i) \quad (4)$$

ゆえに、トラス橋全体の荷重 P_x による破壊確率 $Pf_{px,s}$ は次のように表わされる。

$$Pf_{px,s} = 1 - \prod_{i=1}^m (1 - Pf_{px,i}) \quad (5)$$

ここに、 m はトラスの部材数。 $1 - Pf_{px,i}$ は 1 部材当りの生存確率になるので、それを全部材についてかけ合せばトラス全体の生存確率になり、その余事象が破壊確率となる。

なお、式(2)における σ_i は、実験では σ_i の $\sigma_{y,i}$ に比べてかなり小さい範囲でしか測定することはできないために、破壊が問題になる $\sigma_{y,i}$ 付近にまで拡張するにはかなりの誤差が生じると考えられる。また、死荷重応力 σ_d は既設の橋梁では測定することができなく、計算に頼らざるを得ない。そのために実際の値に比べてかなりの誤差が考えられる。式(2)を用いて σ_i を計算するにはこれらの誤差も考慮してやらなければならない。

3. トラス橋の移動荷重による破壊確率

実際に橋梁に作用する荷重は移動荷重であり、また載荷実験に使用する実験荷重も移動である。そこでトラス橋の移動荷重による破壊確率の 1 つの計算法について述べる。

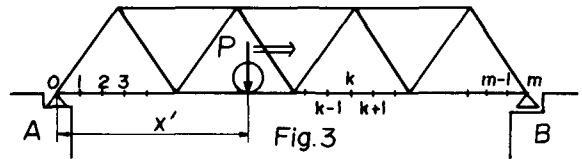


Fig. 3 参照、移動荷重 P が支点 A より B へ移動していくとする。スパンを n 等分し、次の 4 つの確率を考える。

$F_k(n)$; 荷重 P が k 点においてまたは k 点に達するまでに破壊する確率。

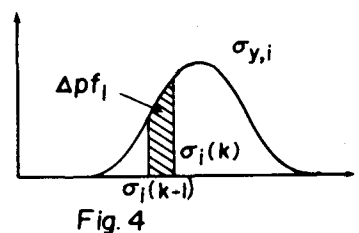
$L_k(n)$; 荷重 P が k 点においてまたは k 点に達するまでに破壊しない確率。

$f_k(n)$; 荷重 P が $(k-1)$ 点に達するまで破壊しなく、 $(k-1)$ 点より k 点の間で破壊する確率。

$h_k(n)$; 荷重 P が $(k-1)$ 点より k 点の間を移動する際に破壊する確率。

次に、 ΔPf_i を Fig. 4 に示すように、荷重 P が $(k-1)$ 点より k 点の間を移動するとき部材 i に生じている応力が $\sigma_i(k-1)$ より $\sigma_i(k)$ に変化したために部材 i が破壊する確率であると考えれば、式(5)の関係を用いることにより次式が成り立つ。

$$h_k(n) = 1 - \prod_{i=1}^m (1 - \Delta Pf_i) \quad (6)$$



ただし、 $\sigma_i(k)$ が $\sigma_i(k-1)$ より小さい場合は、 σ_i

($k-1$)以下の応力による破壊はすでに考慮されてしまっているために、 $\Delta p f_{k-1}$ は0となる。以上のことから次式がそれぞれ成り立つ。

$$f_k(k) = f_k(k) \times \prod_{j=1}^{k-1} \{1 - f_k(j)\} \quad (7)$$

$$F_k(k) = \sum_{j=1}^k f_k(j) \quad (8)$$

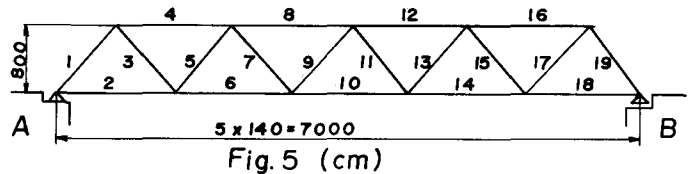
$$L_k(k) = 1 - F_k(k) \quad (9)$$

ゆえに、移動荷重 P がトラス橋を通過する間に破壊する確率を $p f_{m,s}$ とすると、次式で表わされる。

$$p f_{m,s} = F_k(n) \quad (10)$$

4. 数値計算例

例として、Fig. 5に示すようなトラス橋に単一の移動荷重が通過する場合について数値計算を行ったので、その結果について説明する。ト



ラスの部材断面積は簡単のために、すべて 100 cm^2 。破壊応力は、すべての部材に対して平均値 2400 kg/cm^2 、標準偏差 240 kg/cm^2 なる正規分布を考えた。死荷重は上弦材格点に 1.8 t 、下弦材格点に 2.4 t を載荷した。なお、ここでの数値計算結果では、死荷重応力 $\sigma_{d,i}$ 、係数 $c_{i,s}$ のバラツキについては考慮していない。それからスパンの分割数 n は70を採用した。

Fig. 6は、移動荷重量 P を確率変数とした場合の破壊確率すなわち $F_k(n)$ の分布である。

Fig. 7は通常破壊において最も重要なスパンの部分を増大したものである。この結果は、 P が40 t付近から破壊確率が生じてきて、110 t付近を過ぎると1.0に一致してくる。

Fig. 8は移動荷重の位置 X' による f_k 、 F_k の値の変化を示したものである。Fig. 8-Aは $p=40 \text{ t}$ なる破壊確率の小さい場合の結果で、Fig. 8-Bは $p=110 \text{ t}$ なる破壊確率の大きい場合の結果である。ただし、 P の値が90 tよりまでの f_k 、 F_k の形はAの場合と同様であった。それらの結果をみえみると、 F_k の値は荷重が大きくなると X' の小さい範囲で1.0で一定になる。

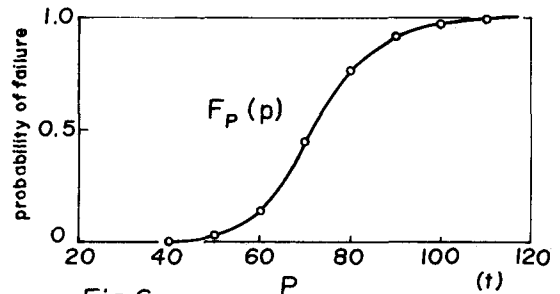


Fig. 6

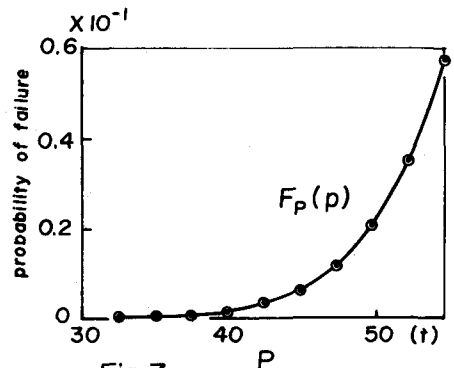


Fig. 7

Fig. 8-A の h_K の形がノコギリ波状になっている。
これは、最も大きな破壊確率がある部材の破壊確率が
トラス橋全体の破壊確率におよぼす影響が大きく、そ
の他の部材に生じる応力はそれほど構造全体の破壊確
率に影響がなためである。(しかし、荷重が大きくな
ると Fig. 8-B のようになり、多くの部材の影響
が重なり合、たものになる。

また、 h_K , F_K の形状がスパンに対して対称になっ
ており、前述のように一人人生じた応力以下の
応力がその後生じても破壊確率に影響がなるとい
うのである。

5. おおひ

以上トラス橋の載荷実験による移動荷重に対する破
壊確率の一つの計算法について述べた。

いま、Fig. 6 に示されるような移動荷重 P による破
壊確率の分布が計算され、その分布曲線を $F_p(p)$ と
する。そして、この橋に載荷されると思われる荷重 L
の確率密度曲線を $f_L(p)$ とすれば、このトラス橋の破壊確率 p_f は次式で表わされる。

$$p_f = \int_0^{\infty} F_p(p) \cdot f_L(p) dp \quad (11)$$

ただし、この場合には載荷される荷重 L も単一移動荷重として考えたものでなければならぬ。なお、荷重を繰返し荷重として時間的な要素も考慮に入れる場合はその取り扱いは別なところ。

次に載荷実験における荷重の大きさの問題であるが、大々々実験荷重を採用すれば破壊確率が大きくなるために危険度が増す。(しかし、一人通過するならばそれ以下の荷重に対して破壊はないと考
えようするために、右の式(11)において初期値が0でなく、その実験荷重を初期値と考えるこ
とができるので、その橋梁の信頼度を増す。

なお、ここには係数 C_s 、 C_m または死荷重応力 $\sigma_{d,m}$ は単なるパラメータとしてみただけであるが、こ
れらの値にはトラス橋の特性的な要素も考慮に入れるべきではないと考えられ、今後検討を行な
うべきである。

参考文献

- 1) 西村 昭, "構造物の安全性と信頼性に関する理論", 土木構造物の振動と安全性, 昭和44年
- 2) Freudenthal, A. M., Garretts, J. M. and Shinozuka, H., "The Analysis of Structural Safety", J. Structural Division, Proc. ASCE, Vol. 92, No. ST1, February 1966, pp. 267-325.

