

はりの曲げ(降伏点を越える)によって生ずる支束の水平反力について

岐阜大学大学院

○佐藤幹雄

岐阜大学工学部

井上 肇

### 1. 序

はりに過大な荷重が載荷されたりあるいは、下弦材のみを残してゆくトラスの撤去に際して、はりあるいはトラスの下弦材は、さきめて大きな変形を生ずる。この状態におけるはりの応力は、その大半の断面が弾塑性の状態におかれさきめて大きなたわみを生じて、そのはりの移動支承の可動範囲を越えるような支束の移動をひきおこす。このとき支束の移動に対して何らかの拘束が加われれば、はりには軸力を受けた弾塑性曲げの状態となってくる。このような状態を考へるときには、はりの軸線の伸びと支束の移動を考慮しなければならぬ。このときの厳密な解析は、もはや微小変形理論に頼ることはできなくなってくる。本研究は、このような状態におけるはりを、

(i) はりの可動端には拘束が全くない支束としての理想的な状態と

(ii) 可動端の可動量が制限されている(このときは当然ながら軸方向引張力がはりに働く)

場合の2つについて考察した。

### 2. 仮定

(i) 塑性域まで応力状態が入り込むときでも平面保持の仮定は成立する。

(ii) 応力-ひずみ図はそのひずみ硬化を考へ材料を鋼であるとして、引張も圧縮にも同一の応力-ひずみ図をもつ(図-1)。

これらの仮定に査し、与えられた断面

(軸方向力 $N$ と曲げモーメント $M$ )

による応力の分布を求め、それから弾性曲げを受けるはりの変形の微分方程式を作成し数値解法により( $b \times h$ )の長方形断面のはりについて解いた。

### 3. 計算法

力の釣り合いから、(図-2)

の場合には、

$$\bar{\sigma}_y = \sigma_y - E_s \epsilon_y \text{ として}$$

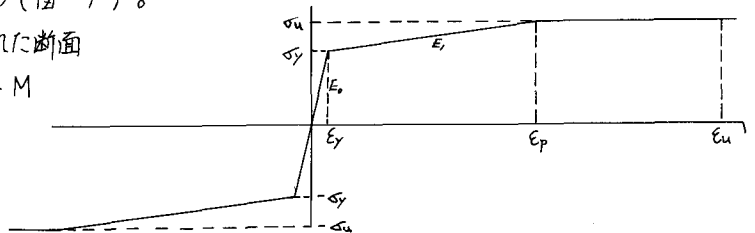


図-1 仮定した応力ひずみ図

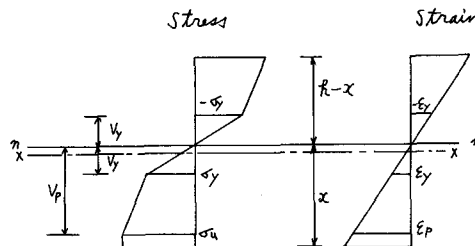


図-2 軸力のある弾塑性曲げの状態

$$N = \frac{E_s c b}{2} \left\{ V_p^2 - (h-x)^2 \right\} + b \bar{\sigma}_y \left\{ V_p - (h-x) \right\} + b \sigma_u (x - V_p) \quad \text{--- (1)}$$

$$M = \frac{2 E_s c b}{3} \left\{ 2 V_p^3 + h \left\{ V_p^3 - 2 V_p^2 + (h-x)^3 \right\} \right\} + \bar{\sigma}_y \frac{b}{2} \left\{ V_p^2 - 2 V_p^2 + (h-x)^2 \right\} + \sigma_u \frac{b}{2} (x^2 - V_p^2) - N \left( x - \frac{h}{2} \right) \quad \text{--- (2)}$$

$$= E_0 C I_e + \bar{\sigma}_y W_y + \bar{\sigma}_u W_u - N(x - \frac{A}{2}) \quad (3)$$

(1) および (2) に  $\frac{E_y}{V_y} = \frac{E}{V} = C$  を代入して上式は

$$N = \frac{\bar{\sigma}_y}{2V_y} b \left[ V_p^2 - (A-x)^2 \right] + b \bar{\sigma}_y \left[ V_p - (A-x) \right] + b \bar{\sigma}_u (x - V_p) \quad (1)'$$

$$M = \frac{\bar{\sigma}_y}{3V_y} b \left[ 2V_p^3 + A \left\{ V_p^2 - 2V_p^2 + (A-x)^2 \right\} \right] + \bar{\sigma}_y \frac{b}{2} \left\{ V_p^2 - 2V_p^2 + (A-x)^2 \right\} + \bar{\sigma}_u \frac{b}{2} (x^2 - V_p^2) - N(x - \frac{A}{2}) \quad (2)'$$

(1)', (2)' は変数  $V_y$  と  $x$  に関する 2 元連立方程式であり、これを解いた結果を (3) に代入すれば、変形の微分方程式が与えられる。このとき

$$\frac{E_y}{V_y} = C = \text{曲率} \text{ であるから } \frac{\frac{dy}{dx}}{\left\{ 1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 \right\}^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{E_0 I_e} \left[ M + N(x - \frac{A}{2}) - \bar{\sigma}_y W_y - \bar{\sigma}_u W_u \right] \quad (4)$$

したがって  $\frac{\frac{dy}{dx}}{\left\{ 1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 \right\}^{\frac{3}{2}}}$  は、微小変形理論では 1 に比べて小さいとして無視してきたが、ここでは無

視は出来なくなる。したがって非線形微分方程式である (4) 式を微分方程式の数値解法の 1 つである、Runge - Kutta - Gill 法により計算を実行したがそのときの図を (図-3) 軸力のないとき (a) と軸力のあるとき (b) に分けて示す。

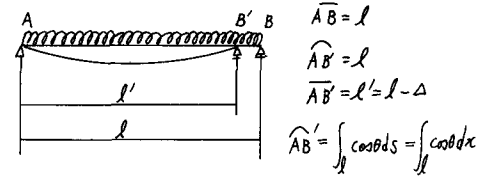
軸力のある場合には式 (4) にも、またはりの曲げモーメントにも水平力の影響が入るため、さわめて複雑であるが同一点について収束するまで何度もくり返し演算を行った。はりの支承部には多少とも摩擦抵抗が存在するため、多少の拘束が加えられ、通常の場合にも僅かではあるが水平反力が支承に発生することはよく理解できる。これが極めて大きな変形を生じさせるような過大載荷の場合等には、支承部を破壊するような力が発生することも考えられる。とくに橋台、橋脚の安定上にもこの点はよく注意しなければならない。計算結果については講演当日に譲る。

参考文献

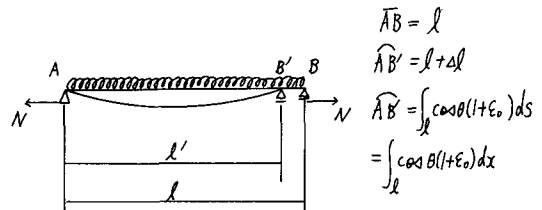
小西、他 ; 構造力学 オ I 巻 P222 ~ 3

鷹部屋 ; 構造力学 Ⅲ

太田俊昭 ; 有限変形理論による軸力の影響を考慮したはりの弾塑性解析 (オ 24 回土木学会年次講演会講演集オ 1 部 P35, 昭和 44 年)



(a) 支変に拘束がない



(b) 支変に拘束がある

図-3 変形によるスパン長の減少