

H形鋼はりの弾塑性横割れ座屈曲線(近似曲線)

金沢大学 正員 吉田 博

1. まえがき

はりの横割れ座屈におよぼす断面形状、残留応力等の影響は、文献(1)、(2)等に述べられているが、本研究では、弾塑性横割れ座屈を以下の仮定により、フランジ幅 b とはりの高さ d の比、 $\alpha = b/d$ と、ウエブ高さ e とはりの高さ d の比、 $\beta = de/d$ の比のみにより、任意の残留応力分、任意の荷重条件および任意の境界条件のもとで計算できることを示す。

2. 用いた仮定

通常のはりの横割れ座屈に用いる解析の仮定の外に、次の仮定を用いる。

(1) 残留応力分布は、図-1(a)に示す、

圧延H形鋼に対して理想化したものと、図-1(b)に示す、溶接H形鋼に対して理想化したものを用い、フランジの厚さ方向には一様であるとある。

(2) はりの弱軸まわりの曲げ剛性が、曲げねじり剛性におよぼすウエブの影響を無視する。この仮定は通常用いられるH形鋼に対しては満足されるものと考えられる。

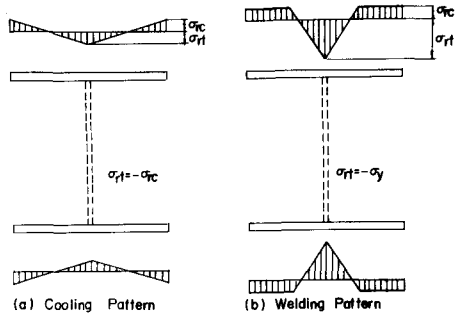


図-1 仮定した残留応力分布

(3) はりの全塑性モーメント M_p と、ウエブを無視したはりの全塑性モーメント M_p' の間には、

$\gamma_1 = M_p/M_p' = 0.980 + 0.158\alpha\beta$ の関係があり、はりの St. Venant のねじり定数 K_T とウエブを無視したはりの St. Venant のねじり定数の間には、

$\gamma_2 = K_T/K_T' = 0.984 + 0.126\alpha\beta$

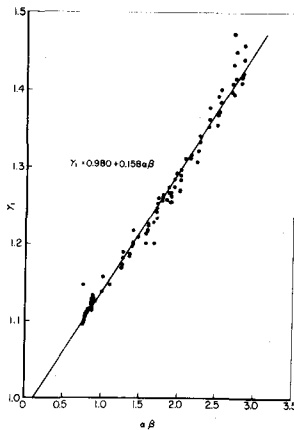


図-2 $\gamma_1 - \alpha\beta$ の関係

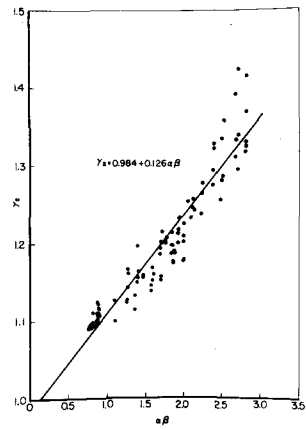


図-3 $\gamma_2 - \alpha\beta$ の関係

の関係があるものとする。これは ASTM 規格の Non-Compact Section と除く 115 種の広巾 H 形鋼より、最小 2 乗法を用いて決定したもので、図-2 および図-3 にそのばらつきを示す。

3. 断面の諸係数

図-4に示すようにフランジ幅 b を n 等分, フランジ厚 s を m 等分し, i, j 番目の微分要素の x 座標, y 座標をそれぞれ, x_i, y_j と表わすことにすると,

$$y$$
軸まわりの断面二次モーメント: $I_y = \mu_{iy} K_{iy} b^3 d$

$$四角ねじり定数: I_{tw} = \mu_{iwo} K_{iwo} b^3 d^3$$

$$\text{St. Venant の等価ねじり定数: } \bar{K}_T = \mu_{kt} K_{kt} b d^3$$

$$\text{塑性断面係数: } Z = \mu_z b d^2$$

に与えられる。ここに, μ は β の関数で,

$$\mu_{iy} = \frac{1}{12} (1 - \beta), \quad \mu_{iwo} = \frac{1}{192} (1 - \beta) (1 + \beta)^2,$$

$$\mu_{kt} = \frac{1}{12} (1 - \beta)^3, \quad \mu_z = \frac{1}{4} (1 - \beta)^2$$

に与えられる。 K は非弾性域での各係数のていねい率を示し,

$$K_{iy} = \frac{b}{nm} \sum_E \bar{\epsilon}^2, \quad K_{iwo} = \frac{b}{nm} \sum_P \bar{\epsilon}^2$$

$$K_{kt} = 1.0 - \frac{b}{nm(1 + \beta + \beta^2)} \bar{\nu} \epsilon_y \left\{ \sum_E \frac{\bar{\epsilon}}{\bar{\epsilon}_y} \gamma^2 + \sum_P \gamma^2 \right\} + \alpha^2 \left\{ \sum_E \frac{\bar{\epsilon}}{\bar{\epsilon}_y} \bar{\epsilon}^2 + \sum_P \bar{\epsilon}^2 \right\}$$

に与えられる。 $\sum_E$ は弾性要素のみの和を示し, $\sum_P$ は塑性要素のみの和を示す。 $\bar{\nu}$ はヤング係数とせん断弾性係数の比 $\bar{\nu} = E/G$, $\bar{\epsilon}$ は要素のひきみ, $\bar{\epsilon}_y$ は材料の降伏ひきみを示す。また,

$$\bar{K}_T = \gamma_2 \left(1.0 - \frac{\int_0^a \alpha^2 dA}{\gamma_2 K_T'} \right) K_T'$$

であり, α は要素のたわみ, A はせん断中心から要素までの距離を示す。

4. 解析法

解析は文献(3)に示されている伝達マトリックス法と無次元化して用いることにする。ばりの分割要素の長さ l とし, その要素に作用する一様四角モーメント M_0 とする。無次元量 $\bar{l} = l/b$ および $M_0 = M_0/M_p = M_0/\gamma_1 M_p'$ および上述の μ, K を用いると, 文献(3)の耐震伝達マトリックスは, 状態量ベクトル V ,

$$V = \left\{ u/b \quad \theta \quad \phi \quad \psi b \quad S/\sigma_y d^2 \quad M_y/\sigma_y d^3 \quad M_z/\sigma_y d^3 \quad M_{tw}/\sigma_y d^4 \right\}$$

とおくと,

$$F = \begin{bmatrix} f_{11} & \cdots & f_{18} \\ \vdots & & \vdots \\ f_{81} & \cdots & f_{88} \end{bmatrix}$$

にて示される。ここに, u はばりの横変位, θ は横変位のたわみ角, ϕ はねじり角, ψ はねじり率, S は横方向のせん断力, M_y は横方向の四角モーメント, M_z はねじりモーメント, M_{tw} はバイモーメントであり, σ_y は降伏応力である。また,

$$\bar{\alpha}_1 = \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{\bar{\nu}} \frac{K_{kt} M_{kt}}{K_{iwo} \mu_{iwo}} + \sqrt{\frac{1}{\bar{\nu}^2} \left(\frac{K_{kt} M_{kt}}{K_{iwo} \mu_{iwo}} \right)^2 + 4 M_0 \frac{\bar{\epsilon}_y}{K_{iy} K_{iwo} \mu_{iy} \mu_{iwo}} } \right\}}$$

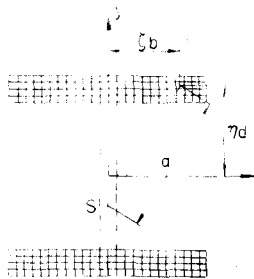


図-4 断面の分割

$$\bar{\alpha}_2 = \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ -\frac{1}{\bar{\nu}} \frac{K_{xx} M_{xx}}{K_{zw} M_{zw}} + \sqrt{\frac{1}{\bar{\nu}^2} \left(\frac{K_{xx} M_{xx}}{K_{zw} M_{zw}} \right)^2 + 4 M_0^2 \bar{\varepsilon}_y^2 \frac{1}{K_{yz} K_{zw} M_{yz} M_{zw}}} \right\}}$$

$$\bar{A}_1 = \bar{\alpha}_1^2 + \bar{\alpha}_2^2, \quad \bar{A}_2 = \bar{\alpha}_1 \bar{\alpha}_2, \quad \bar{A}_3 = \bar{\alpha}_1^2 - \bar{\alpha}_2^2$$

$$\bar{D}_1 = -\cosh \bar{l} \bar{\alpha}_1 + \cos \bar{l} \bar{\alpha}_2, \quad \bar{D}_2 = \bar{\alpha}_1 \sinh \bar{l} \bar{\alpha}_1 + \bar{\alpha}_2 \sin \bar{l} \bar{\alpha}_2, \quad \bar{D}_3 = \bar{\alpha}_2 \sinh \bar{l} \bar{\alpha}_1 - \bar{\alpha}_1 \sin \bar{l} \bar{\alpha}_2,$$

$$\bar{D}_4 = \bar{\alpha}_1^2 \cosh \bar{l} \bar{\alpha}_1 + \bar{\alpha}_2^2 \cos \bar{l} \bar{\alpha}_2, \quad \bar{D}_5 = \bar{\alpha}_2^2 \cosh \bar{l} \bar{\alpha}_1 + \bar{\alpha}_1^2 \cos \bar{l} \bar{\alpha}_2, \quad \bar{D}_6 = \bar{\alpha}_1^3 \sinh \bar{l} \bar{\alpha}_1 + \bar{\alpha}_2^3 \sin \bar{l} \bar{\alpha}_2,$$

$$\bar{D}_7 = \bar{\alpha}_1^3 \sinh \bar{l} \bar{\alpha}_1 - \bar{\alpha}_2^3 \sin \bar{l} \bar{\alpha}_2, \quad \bar{D}_8 = \bar{\alpha}_2^4 \cosh \bar{l} \bar{\alpha}_1 - \bar{\alpha}_1^4 \cos \bar{l} \bar{\alpha}_2, \quad \bar{D}_9 = \bar{\alpha}_2^5 \sinh \bar{l} \bar{\alpha}_1 - \bar{\alpha}_1^5 \sin \bar{l} \bar{\alpha}_2$$

を用いると,

$$f_{11} = 1.0, \quad f_{12} = \bar{l}, \quad f_{14} = m_0 \bar{\varepsilon}_y \frac{1}{\bar{\nu}} \frac{K_{xx}}{K_{yz} K_{zw}} \frac{M_z M_{xx}}{M_{yz} M_{zw}} \frac{1}{\bar{A}_2} \left(\bar{l} - \frac{\bar{D}_6}{\bar{A}_1 \bar{A}_2} \right) \frac{1}{\alpha},$$

$$f_{15} = -\frac{\bar{\varepsilon}_y}{\alpha} \frac{1}{K_{yz} M_{yz}} \frac{1}{\bar{A}_1} \left(\frac{\bar{D}_4}{\bar{A}_1 \bar{A}_2} + \bar{l} \bar{A}_2 \right), \quad f_{16} = -\frac{\bar{\varepsilon}_y}{\alpha^2} \frac{1}{K_{yz} M_{yz}} \frac{1}{\bar{A}_2} \left(\frac{\bar{D}_8}{\bar{A}_1} + \bar{A}_3 \right),$$

$$f_{17} = \frac{\bar{\varepsilon}_y}{\alpha} m_0 \frac{1}{K_{yz} K_{zw}} \frac{M_z}{M_{yz} M_{zw}} \frac{1}{\bar{A}_2} \bar{\varepsilon}_y \left(\frac{\bar{D}_6}{\bar{A}_1 \bar{A}_2} - \bar{l} \right), \quad f_{18} = \frac{\bar{\varepsilon}_y}{\alpha^2} m_0 \frac{1}{K_{yz} K_{zw}} \frac{M_z}{M_{yz} M_{zw}} \frac{1}{\bar{A}_2} \bar{\varepsilon}_y \left(\frac{\bar{D}_8}{\bar{A}_1} - 1 \right),$$

$$f_{22} = 1.0, \quad f_{24} = \frac{1}{\alpha} m_0 \bar{\varepsilon}_y \frac{1}{\bar{\nu}} \frac{K_{xx}}{K_{yz} K_{zw}} \frac{M_z M_{xx}}{M_{yz} M_{zw}} \frac{1}{\bar{A}_2} \left(1 - \frac{\bar{D}_5}{\bar{A}_1} \right), \quad f_{27} = -\frac{\bar{\varepsilon}_y}{\alpha} \frac{1}{K_{yz} M_{yz}} \frac{1}{\bar{A}_2} \left(\frac{\bar{D}_9}{\bar{A}_1} + \bar{A}_3 \right),$$

$$f_{26} = -\frac{\bar{\varepsilon}_y}{\alpha^2} \frac{1}{K_{yz} M_{yz}} \frac{\bar{D}_6}{\bar{A}_1 \bar{A}_2}, \quad f_{27} = \frac{\bar{\varepsilon}_y}{\alpha^2} m_0 \frac{1}{K_{yz} K_{zw}} \frac{M_z}{M_{yz} M_{zw}} \frac{\bar{D}_2}{\bar{A}_1 \bar{A}_2}, \quad f_{28} = \frac{\bar{\varepsilon}_y}{\alpha^2} m_0 \frac{1}{K_{yz} K_{zw}} \frac{M_z}{M_{yz} M_{zw}} \frac{\bar{D}_3}{\bar{A}_1 \bar{A}_2},$$

$$f_{33} = 1.0, \quad f_{34} = \left(\bar{l} + \frac{1}{\bar{\nu}} \frac{K_{xx}}{K_{zw}} \frac{M_{xx}}{M_{zw}} \frac{\bar{D}_2}{\bar{A}_1 \bar{A}_2} \right), \quad f_{35} = \frac{1}{m_0} \frac{1}{M_z} \left(\frac{\bar{D}_6}{\bar{A}_1 \bar{A}_2} - \bar{l} \right),$$

$$f_{36} = \frac{1}{\alpha m_0} \frac{1}{M_z} \left(\frac{\bar{D}_8}{\bar{A}_1} - 1 \right), \quad f_{37} = -\bar{\varepsilon}_y \frac{1}{K_{zw} M_{zw}} \frac{\bar{D}_3}{\bar{A}_1 \bar{A}_2}, \quad f_{38} = \frac{\bar{\varepsilon}_y}{\alpha} \frac{1}{K_{zw} M_{zw}} \frac{\bar{D}_1}{\bar{A}_1},$$

$$f_{44} = 1.0 - \frac{1}{\bar{\nu}} \frac{K_{xx} M_{xx}}{K_{zw} M_{zw}} \frac{\bar{D}_1}{\bar{A}_1}, \quad f_{45} = \frac{1}{m_0} \frac{1}{M_z} \left(\frac{\bar{D}_5}{\bar{A}_1} - 1.0 \right), \quad f_{46} = \frac{1}{\alpha m_0} \frac{1}{M_z} \frac{\bar{A}_2 \bar{D}_3}{\bar{A}_1},$$

$$f_{47} = \bar{\varepsilon}_y \frac{1}{K_{zw} M_{zw}} \frac{\bar{D}_1}{\bar{A}_1}, \quad f_{48} = -\frac{\bar{\varepsilon}_y}{\alpha} \frac{1}{K_{zw} M_{zw}} \frac{\bar{D}_3}{\bar{A}_1}, \quad f_{49} = \frac{m_0}{\bar{\nu}} \frac{K_{xx}}{K_{zw}} \frac{M_z M_{xx}}{M_{zw}} \frac{\bar{D}_1}{\bar{A}_1},$$

$$f_{55} = \frac{\bar{D}_5}{\bar{A}_1}, \quad f_{56} = \frac{1}{\alpha} \frac{\bar{A}_2 \bar{D}_3}{\bar{A}_1}, \quad f_{57} = m_0 \frac{M_z}{K_{zw} M_{zw}} \frac{\bar{D}_1}{\bar{A}_1} \bar{\varepsilon}_y,$$

$$f_{58} = -\frac{m_0}{\alpha} \bar{\varepsilon}_y \frac{M_z}{K_{zw} M_{zw}} \frac{\bar{D}_3}{\bar{A}_1}, \quad f_{64} = \alpha m_0 \frac{1}{\bar{\nu}} \frac{K_{xx}}{K_{zw}} \frac{M_z M_{xx}}{M_{zw}} \frac{\bar{D}_3}{\bar{A}_1 \bar{A}_2}, \quad f_{65} = \alpha \frac{\bar{D}_6}{\bar{A}_1 \bar{A}_2}$$

$$f_{66} = \frac{\bar{D}_5}{\bar{A}_1}, \quad f_{67} = -m_0 \frac{M_z}{K_{zw} M_{zw}} \bar{\varepsilon}_y \frac{\bar{D}_3}{\bar{A}_1 \bar{A}_2}, \quad f_{68} = m_0 \bar{\varepsilon}_y \frac{M_z}{K_{zw} M_{zw}} \frac{\bar{D}_1}{\bar{A}_1},$$

$$f_{74} = \frac{1}{\bar{\varepsilon}_y} K_{xx} M_{xx} \left(\frac{1}{\bar{\nu}} - \frac{1}{\bar{\nu}^2} \frac{K_{xx} M_{xx}}{K_{zw} M_{zw}} \frac{\bar{D}_1}{\bar{A}_1} - \frac{1}{\bar{\nu}} \frac{\bar{D}_6}{\bar{A}_1} \right),$$

$$f_{75} = \frac{1}{m_0 \bar{\varepsilon}_y} \frac{1}{M_z} \left\{ \frac{1}{\bar{\nu}} K_{xx} M_{xx} \left(\frac{\bar{D}_5}{\bar{A}_1} - 1 \right) + K_{zw} M_{zw} \frac{\bar{A}_2 \bar{D}_1}{\bar{A}_1} \right\},$$

$$f_{76} = \frac{1}{\alpha m_0} \frac{1}{\bar{\varepsilon}_y} \frac{1}{M_z} \left\{ \frac{1}{\bar{\nu}} K_{xx} M_{xx} \bar{D}_3 - K_{zw} M_{zw} \bar{A}_2 \bar{D}_6 \right\} \frac{\bar{A}_2}{\bar{A}_1}, \quad f_{77} = \frac{1}{\bar{\nu}} \frac{K_{xx}}{K_{zw}} \frac{M_{xx}}{M_{zw}} \frac{\bar{D}_1}{\bar{A}_1} + \frac{\bar{D}_6}{\bar{A}_1},$$

$$f_{78} = -\frac{1}{\alpha} \frac{1}{\bar{\nu}} \frac{K_{xx} M_{xx}}{K_{zw} M_{zw}} \frac{\bar{D}_3}{\bar{A}_1} + \frac{1}{\alpha} \frac{\bar{D}_7}{\bar{A}_1}, \quad f_{84} = -\frac{\alpha}{\bar{\varepsilon}_y} K_{xx} M_{xx} \frac{1}{\bar{\nu}} \frac{\bar{D}_3}{\bar{A}_1},$$

$$f_{85} = -\alpha \frac{1}{m_0 \bar{\varepsilon}_y} K_{zw} \frac{M_{zw}}{M_z} \frac{\bar{A}_2 \bar{D}_3}{\bar{A}_1}, \quad f_{86} = \frac{1}{m_0 \bar{\varepsilon}_y} K_{zw} \frac{M_{zw}}{M_z} \frac{\bar{A}_2 \bar{D}_1}{\bar{A}_1}, \quad f_{87} = \alpha \frac{\bar{D}_3}{\bar{A}_1}, \quad f_{88} = \frac{\bar{D}_6}{\bar{A}_1}$$

に注意せよ。ただし、上には与えられない要素は0である。

5. 計算例

通常用いられるH形断面では、 α は0.25~1.0であり、 $1/\beta$ は1.05~1.15の範囲であるので、 $1/\beta = 1.05, 1.10, 1.15$ の3つの場合について、 $\alpha = 0.25, 0.50, 0.75, 1.0$ の各4つの場合について計算した。図-5(a)および(b)は、曲げモーメントに対して両端単純支持の場合と、図-6(a)および(b)は両端固定の場合で、等曲げを受ける場合の横倒れ座屈曲線を示している。

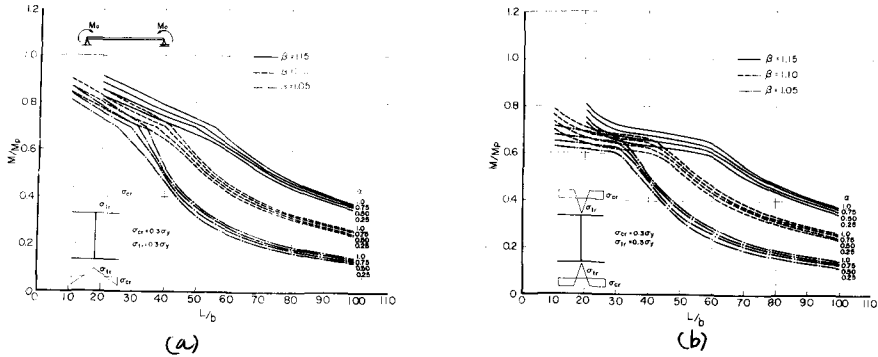


図-5 横倒れ座屈曲線(両端単純支持)

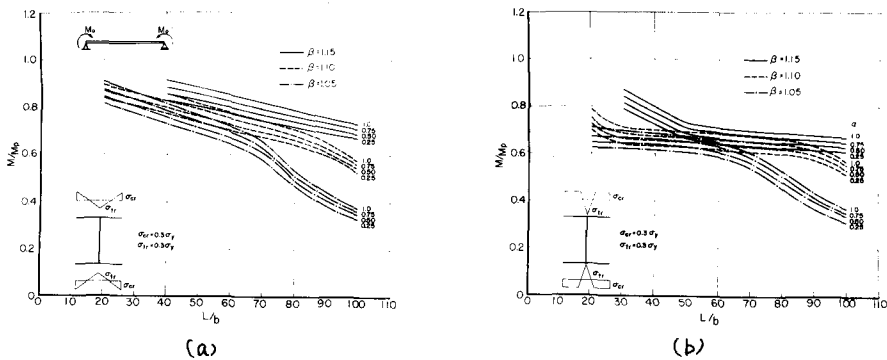


図-6 横倒れ座屈曲線(両端固定)

モーメント勾配が存在する場合、分布荷重を受ける場合、集中荷重を受ける場合等々の計算も同様に行うことができ、さらに、スパン中間に各種の拘束を受ける場合や連続梁についても同様の座屈曲線を得ることができよう。

6. 参考文献

- 1) T. V. Galambos, "Inelastic Lateral Buckling of Beams", Journal of Structural Div., Proc. of ASCE, Vol. 89, No. 575, Oct., 1963, pp. 247-242.
- 2) D. A. Nethercot, "Factors Affecting the Buckling Stability of Partially Plastic Beams", Institution of Civil Engineers, Proceedings, Part 2, May, 1972, pp. 285~304.
- 3) 吉田 井本, "拘束を受ける梁の弾性および非弾性横倒れ座屈解析", 土木学会論文報告集, NO. 208, Dec., 1972, pp. 1~12.