

クラック周辺の塑性応力解析

岐阜大学工学部 正員 前島正彦

Griffith の脆性破壊理論によれば、長さ c で、先端曲率半径が原子間隔程度であるとき、一軸引張破壊応力は、 E を弾性係数、 γ を表面エネルギーとすると、 $\sqrt{\gamma E/C}$ のオーダーで与えられる。

Orowan は、この式をクラック先端の塑性域の広がりを考慮に入れて修正している。

この理論が適用できるためには、材料中に、先端曲率が原子間隔程度の Griffith クラックが潜在するところが必要となる。潜在しない場合は、破壊応力は増大し、別の機構によって、クラックが発生し、成長しなすべからぬ。

図-1 に示されるダ円形クラック周上の弾性論による応力分布は、ダ円座標で表示すれば

$$\sigma = S \frac{\sinh 2\psi_0 + \cos 2\beta - e^{2\psi_0} \cos 2(\beta - \eta)}{\cosh 2\psi_0 - \cos 2\eta}, \quad \cosh \psi_0 = \frac{c}{\sqrt{c^2 - b^2}} \quad (1)$$

$\beta = \frac{\pi}{2}$, $\cos 2\eta = 1$ のとき、この応力は最大となり

$$\sigma = S \left(1 + 2 \frac{c}{b} \right) \doteq 2 \frac{c}{b} S$$

したがって、Griffith 理論による一軸引張破壊応力は $\sqrt{b/\text{原子間距離}}$ だけ大きくなる。

また、Griffith クラックが潜在するとしても、細長いクラックは、圧縮応力下で閉じられる。クラックが閉じられた場合のクラックの発生、成長条件も問題となる。

零モデルによる実験によれば、圧縮下で閉じられないクラックについては、たとえば円孔の場合、図-2 に示すような分岐クラックが生ずる。これは (1) 式において、 $S < 0$, $\beta = \pi/2$ のとき $\cos 2\eta = -1$ のときに、 S と絶対値の等しい引張応力が働くことによると思われる。また、クラックの閉じられる場合は、図-3 に示すように分岐クラックが生ずる。これは転位論において、転位が結晶粒界やその他の障害物によってくいとめられたときの分岐クラックの発生機構と類似している。外応力に垂直にクラックのある場合の破壊強度は、クラックのない場合とほとんど変化がなかった。

まとめると、圧縮応力下では、つぎの三つの変形パターンが考えられる。

1. 引張応力による分岐クラックが発生し、成長する。
2. 分岐クラックが発生した後、もとのクラックが閉じる。
3. もとのクラックが閉じた後、分岐クラックが発生し、成長する。

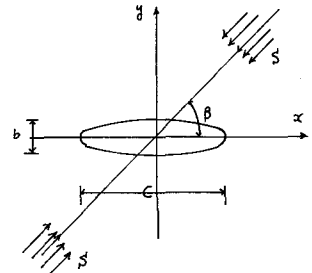


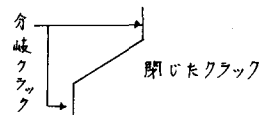
図-1



↑ ↑ ↑ ↑ ↑

図-2

↓ ↓ ↓ ↓ ↓



↑ ↑ ↑ ↑ ↑

図-3

また、材料の性質によっても、変形のパターンは異なる。

1. ひずみにつれて、応力加率調に増加する場合、応力集中によって、分岐クラックが発生し、成長する。

2. 降伏後、加工硬化のない場合、塑性域が拡大するが、クラックは発生しない。

3. 降伏後、加工硬化のある場合、塑性域が拡大し、分岐クラックも発生、成長する。

クラックの発生、また、開閉を考えると、この問題は、材料および幾何学的非線形の問題であるので、この解析には荷重漸増有限要素法を用いた。精度を高めるため、荷重増分は一定にせず、三角形要素を一つずつ順に降伏させ、そのつぎの荷重増分を求めた。

降伏条件には、von Mises の条件

$$\left(\sigma_{ij} - \frac{\delta_{ij}}{3} \sigma_{ii} \right)^2 = \text{const.}$$

を用い、降伏後の応力-塑性ひずみ関係式としては、Prandtl-Reuss の式

$$\frac{D\epsilon_{ij}}{\sigma_{ij} - \frac{\delta_{ij}}{3} \sigma_{ii}} = D\lambda$$

を用いた。

図-4に弾性論計算による、 $\bar{\sigma} = \sqrt{6\sigma_y - \sigma_x^2 + 4\sigma_y^2}$ の分布を示すが、これから応力集中領域の応力は程度に小さいことがわかり、さらにX-ツェ分割が困難なので、双極座標を用いて規則的に、X-ツェ分割を行なった。図-5にクラック先端部におけるX-ツェ分割を示す。

この計算には、名古屋大学、京都大学の大型電子計算機センターを利用した。計算結果、および実験モデルの実験結果の詳細は当日にやずる。

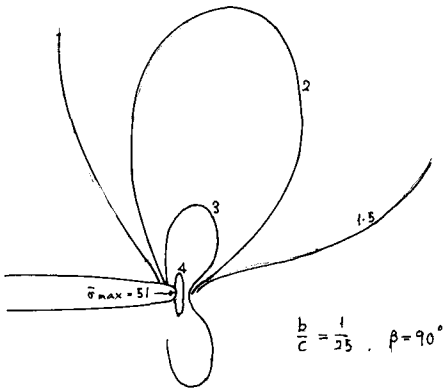


図-4

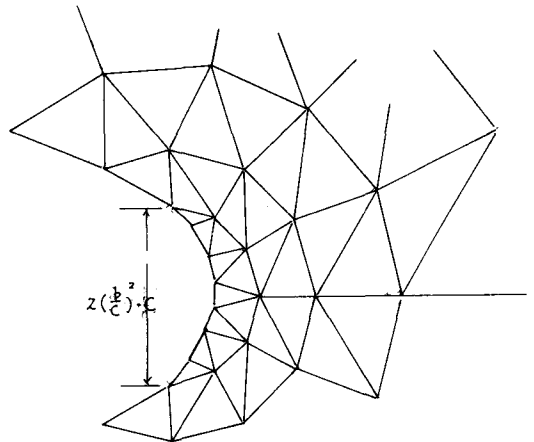


図-5