I－18　　波力による円筒体の挙動に関する研究

岐阜大学　正会員　非会員　増田重臣　○安田孝志

要旨

前報[1]で述べた2自由度倒立振子に波力を作用させることにより生じる円筒体の挙動を記述し，Morison式による波力と比較し

緒言

波力を決定する方法は　従来　防波堤などのように波の慣性力が卓越する場合には，構造物に圧力計を取り付け，実測したり，Minikin式，広井式，Froude-Krylov式などによって決定されている。円筒体などによって構成されている構造物のような慣性力の他に摩擦力が重要となる場合には，Morison式などによって決定されている。そして　円柱に作用する波力に関しては，既に多くの研究が行なわれている[2][3][4]。そして，それらの多くは　Airyの線形波，Stokesの2次近似波式より速度，加速度成分を得，C_D，C_Mを仮定し，これらをMorison式に代入することにより，波力を決定している。しかし，この速度，加速度は，流体場に円柱が存在しないとして，完全流体の仮定よりポテンシャル関数を求め，それより得られたものであるため，円柱の存在による応答を無視したものである。また，C_M，C_Dに関しては，以下のように展開される。波力諸量と波力の関係は，$f=f(u, a, g, \rho, \nu, D)$

次元解析によって，

$$\frac{f}{\frac{1}{2}\rho u^2 D} = U_I\left(\frac{uD}{\nu}, \frac{aD}{u^2}, \frac{gD}{u^2}\right) = U_{II}(Re, I, Fr)$$

一方，Morison式を無次元化すると，

$$\frac{f}{\frac{1}{2}\rho u^2 D} = C_M\frac{\pi}{2}\frac{Da}{u^2} + C_D\frac{u|u|}{u^2}$$

よって，

$$U_{II}(Re, I, Fr) = C_M\frac{\pi}{2}Da/u^2 + C_D u|u|/u^2$$

$$C_M = C_M(Re, I, Fr) = C_M(z, t)$$

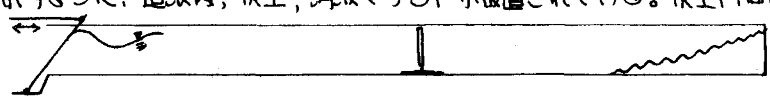
$$C_D = C_D(Re, I, Fr) = C_D(z, t)$$

故に，C_M，C_Dは，因子関係においては定数でなく，Bretshneider[5]によって，$C_M(z,t)$，$C_D(z,t)$として与える試みがなされたが，現実にはC_M，C_Dを平均させる[2]ことにより，定数として用いられている。こうした点などにMorison式に問題があると考えられる。前報で述べたような視点で円筒体の挙動を決定して行くには，厳密に理論展開され，それらを反映した実験的方法によって波力を決定し，その因子関係を明らかにすることが必要と考えられる。そのような視点に立って，本実験がなされた。

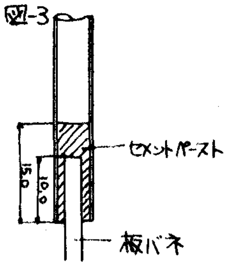
実験

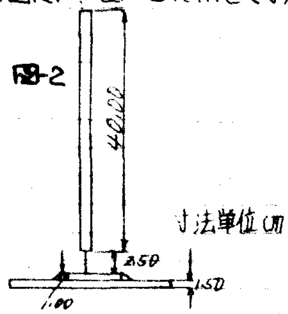
実験装置

幅30cm，深さ45cm，長さ30mの両面ガラス張りの2次元造波水槽で，造波装置はフラップ型造波機である。図-1に示すように，造波機，模型，消波マウンドが設置されている。模型円筒体は、

図-1


長さ40cm，外径1.8cm，内径1.3cmの硬質塩化ビニール管で，図-2に示すように厚さ1.5cm，横25cm，縦30cmの鉄板上に，更に厚さ1cm，横6cm，縦15cmの鉄板を酸素溶接で付着させ，これにボール盤で直径1.9cmの穴をあけ，その穴に模型を固定した。板バネの固定は，図-3に示してあるようにセメントペーストにより完全な固定を得た。strain-gageは，耐水性のあるベークライトゲージを使用した。ゲージ諸量は，抵抗120.0Ω，抵抗偏差±0.3%以下，ゲージ率(k_s) 2.04 で，コーティング剤の被膜で防水処理をした。記録は，共和電業製DPM-AT型strain-meterと電磁オシロによって，感光紙上に記録した。





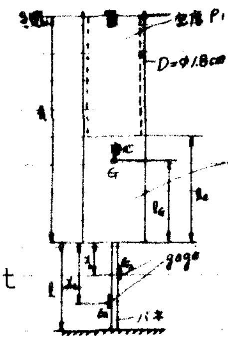
実験は，水深30cmの水槽に周期2sec.，波長328cm，波高12.0cmの波を発生させ，それによって生じる円筒体の挙動を記録した。そして，減衰係数を決定するため，水深30cmの静水中で円筒体の減衰自由振動を記録した。

模型系に対する考察及び実験結果

前報に示した2自由度 actual system に対する1自由度 equilibrium system の運動方程式を更に合理的なものにするため，以下の改良を加えた。付加質量，減衰項に水面の時間的変化による効果を反映させるため，水面形をStokes 2次近似波式によって記述した。

$$I_a=\rho\pi D^2/12\cdot\{(h+X+\eta(t))^3-X^3\}$$

$$X=\frac{2/\ell-6\ell_G^2/\ell^3-6I_G/\ell^3m_0+\sqrt{(2/\ell-6\ell_G^2/\ell^3-6I_G/\ell^3m_0)^2+6(\ell+2\ell_G)(6I_G/\ell^2m_0+I_G/EI+4\ell_G/\ell+6\ell_G^2/\ell^2)/\ell^3}}{6(\ell+2\ell_G)/\ell^3}=1.49\,\mathrm{cm}$$



$\ell=2.50$ cm

$\ell_G=13.95$ cm

$I_G=11568.94$ cm^5

$m_0=102.54$（グラム質量）

$$\eta(t)=\frac{H}{2}\cos\omega t+\frac{\pi H^2}{4L}\left(1+\frac{3}{2\sinh^2(kd)}\right)\coth(kd)\cos 2\omega t$$

$$RL(t)=R/3\cdot\{(h+X+\eta(t))^3-X^3\}$$

更に浮力効果を考慮することにより，円筒体の挙動を記述する運動方程式は次のようになる。

$$\{I_0+I_a(t)\}\ddot{\theta}+RL(t)\dot{\theta}+\{k_1+k_2(t)\}\theta=M(t)$$

$$k_1=\{4EI/\ell-12EIX/\ell^2+12EIX^2/\ell^3-m_0(\ell_G+X)\}g$$

$$k_2(t)=\rho\frac{\pi}{4}D^2(h+\eta(t))\{\tfrac{1}{2}(h+\eta(t))+X\}g$$

Rの決定

円筒体の減衰自由振動の方程式は，

$$(I_0+I_a)\ddot{\theta}+RL\dot{\theta}+k\theta=0$$

$k = 86382213.25$

$I_0 = 75378.21$

$I_a = 15756.58$

$L = 6195.08$

減衰比 $\dfrac{|\theta_n|}{|\theta_{n+1}|} = \exp\left\{ \dfrac{RL\pi/(I_0+I_a)}{K/(I_0+I_a)-(RL/2(I_0+I_a))^2} \right\}$

G_1, G_2において生ずるヒズミε_1, ε_2に対応する曲げモーメントM_{G_1}, M_{G_2}は次のように与えられる，円

$$M_{G_1} = EI\varepsilon_1/d = P_c(l_G + x_1) + M_c$$

$$M_{G_2} = EI\varepsilon_2/d = P_c(l_G + x_2) + M_c$$

筒部は，バネ部に対して十分rigidと仮定できる故，バネ端でのタワミ角と回転中心のθは一致する。これによって，equilibrium system のθは，模型のバネ端のタワミ角を測定することによって決定される。 $\theta = \{P_c l(l/2 + l_G) + M_c l\}/EI = \{l(l/2 - x_2)/d(x_1 - x_2)\}\varepsilon_1 - \{l(l/2 - x_1)/d(x_1 - x_2)\}\varepsilon_2$

ヒズミεと出力電圧変化量との関係は，

$$\Delta E = K_s E\varepsilon/4 = 1.02\,\varepsilon \qquad E:\ 回路電圧(2V)\quad ,\ K_s: ゲージ率(2.04)$$

よって，

$$\log\frac{|\theta_n|}{|\theta_{n+1}|} = \log\frac{|k_1(\Delta E_1)_n - k_2(\Delta E_2)_n|}{|k_1(\Delta E_1)_{n+1} - k_2(\Delta E_2)_{n+1}|} = \frac{RL\pi/(I_0+I_a)}{\sqrt{K/(I_0+I_a) - (RL/2(I_0+I_a))^2}}$$

表－1より，$\log|\theta_n|/|\theta_{n+1}| = \log 1.15 = 0.1398$

$R = 16.95$

M(t)の決定

感光紙上に記録されたθの時間的変化を1/2秒刻みで2秒間において読み取られたθの値を表－2に示す。

秒	θ	秒	θ	秒	θ	秒	θ
$t_1=1/2$	50.14×10^{-4}	$t_7=7/2$	7.21×10^{-4}	$t_{13}=13/2$	-5.04×10^{-4}	$t_{19}=19/2$	-36.26×10^{-4}
$t_2=2/2$	14.11×10^{-4}	$t_8=8/2$	-12.21×10^{-4}	$t_{14}=14/2$	-8.81×10^{-4}	$t_{20}=20/2$	-39.21×10^{-4}
$t_3=3/2$	-11.54×10^{-4}	$t_9=9/2$	-9.35×10^{-4}	$t_{15}=15/2$	-6.79×10^{-4}	$t_{21}=21/2$	-34.89×10^{-4}
$t_4=4/2$	-19.25×10^{-4}	$t_{10}=10/2$	4.11×10^{-4}	$t_{16}=16/2$	-12.00×10^{-4}	$t_{22}=22/2$	-12.30×10^{-4}
$t_5=5/2$	-0.54×10^{-4}	$t_{11}=11/2$	13.24×10^{-4}	$t_{17}=17/2$	-15.93×10^{-4}	$t_{23}=23/2$	19.14×10^{-4}
$t_6=6/2$	15.90×10^{-4}	$t_{12}=12/2$	8.71×10^{-4}	$t_{18}=18/2$	-27.78×10^{-4}	$t_{24}=24/2$	52.47×10^{-4}

$$\theta = a_0 + \sum_{n=1}^{N}(a_n\cos 2\pi tn/T + b_n\sin 2\pi tn/T)$$

$$a_0 = 1/24\ \{\theta(t_1) + \cdots + \theta(t_{24})\}$$

$$a_n = 1/12\cdot\{\theta(t_1)\cos(2\pi t_1 n/T) + \cdots + \theta(t_{24})\cos(2\pi t_{24} n/T)\}$$

$$b_n = 1/12\cdot\{\theta(t_1)\sin(2\pi t_1 n/T) + \cdots + \theta(t_{24})\sin(2\pi t_{24} n/T)\}$$

$$\dot\theta = \sum_{n=1}^{N}(2\pi n/T)\{-a_n\sin(2\pi tn/T) + b_n\cos(2\pi tn/T)\}$$

$$\ddot\theta = \sum_{n=1}^{N}-(2\pi n/T)^2\{a_n I_a(t) + b_n\sin(2\pi tn/T)\}$$

$$I_a(t)\ddot\theta = \alpha_0 + \sum_{n=1}^{N}\{\alpha_n\cos(2\pi tn/T) + \beta_n\sin(2\pi tn/T)\}$$

$$= \sum_{n=1}^{N}-(2\pi n/T)^2\{a_n I_a(t)\cos(2\pi tn/T) + b_n I_a(t)\sin(2\pi tn/T)\}$$

$$\alpha_0 = 1/24\cdot\{\ddot\theta(t_1)I_a(t_1) + \cdots + \ddot\theta(t_{24})I_a(t_{24})\}$$

$$\alpha_n = 1/12 \cdot \{\ddot{\theta}(t_1) I_a(t_1)\cos(2\pi t_1 n/T) + \cdots + \ddot{\theta}(t_{24}) I_a(t_{24})\cos(2\pi t_{24} n/T)\}$$
$$\beta_n = 1/12 \cdot \{\ddot{\theta}(t_1) I_a(t_1)\sin(2\pi t_1 n/T) + \cdots + \ddot{\theta}(t_{24}) I_a(t_{24})\sin(2\pi t_{24} n/T)\}$$
$$L(t)\dot{\theta} = a_0' + \sum_{n=1}^{N}\{a_n'\cos(2\pi t n/T) + b_n'\sin(2\pi t n/T)\}$$
$$= \sum_{n=1}^{N}(2\pi n/T)\{-a_n L(t)\sin(2\pi t n/T) + b_n L(t)\cos(2\pi t n/T)\}$$
$$a_0' = 1/24 \cdot \{\dot{\theta}(t_1)L(t_1) + \cdots + \dot{\theta}(t_{24})L(t_{24})\}$$
$$a_n' = 1/12 \cdot \{\dot{\theta}(t_1)L(t_1)\cos(2\pi t_1 n/T) + \cdots + \dot{\theta}(t_{24})L(t_{24})\cos(2\pi t_{24} n/T)\}$$
$$b_n' = 1/12 \cdot \{\dot{\theta}(t_1)L(t_1)\sin(2\pi t_1 n/T) + \cdots + \dot{\theta}(t_{24})L(t_{24})\sin(2\pi t_{24} n/T)\}$$
$$k_2(t)\theta = a_0'' + \sum_{n=1}^{N}(a_n''\cos(2\pi t n/T) + b_n''\sin(2\pi t n/T))\}$$
$$= a_0 k_2(t) + \sum_{n=1}^{N}\{a_n k_2(t)\cos(2\pi t n/T) + b_n k_2(t)\sin(2\pi t n/T)\}$$
$$a_0'' = 1/24 \cdot \{\theta(t_1)k_2(t_1) + \cdots + \theta(t_{24})k_2(t_{24})\}$$
$$a_n'' = 1/12 \cdot \{\theta(t_1)k_2(t_1)\cos(2\pi t_1 n/T) + \cdots + \theta(t_{24})k_2(t_{24})\cos(2\pi t_{24} n/T)\}$$
$$b_n'' = 1/12 \cdot \{\theta(t_1)k_2(t_1)\sin(2\pi t_1 n/T) + \cdots + \theta(t_{24})k_2(t_{24})\sin(2\pi t_{24} n/T)\}$$

以上のフーリエ級数の第５項(N=5)まで計算するとすれば，波力によるモーメントは，

$$M(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{5}\{A_n\cos(2\pi t n/T) + B_n\sin(2\pi t n/T)\}$$
$$A_0 = \alpha_0 + R a_0' + (k_1 a_0 + k_2 a_0'')$$
$$A_n = \{-I_0(2\pi n/T)^2 a_n + \alpha_n\} + R a_n' + (k_2 a_n'' + k_1 a_n)$$
$$B_n = \{-I_0(2\pi n/T)^2 b_n + \beta_n\} + R b_n' + (k_2 b_n'' + k_1 b_n)$$

	慣性項	減衰項	弾性項
A_1	3.32×10^{3}	2.29×10^{3}	1.13×10^{5}
A_2	-8.31×10^{2}	2.01×10^{3}	8.69×10^{4}
A_3	-2.33×10^{3}	1.35×10^{3}	4.42×10^{4}
A_4	-1.13×10^{4}	2.33×10^{3}	7.74×10^{4}
A_5	-1.45×10^{3}	2.62×10^{3}	1.15×10^{4}
B_1	1.28×10^{3}	7.91×10^{2}	1.15×10^{5}
B_2	-1.10×10^{3}	-2.74×10^{2}	2.95×10^{4}
B_3	-6.64×10^{3}	7.40×10^{2}	8.32×10^{4}
B_4	-1.51×10^{4}	4.86×10^{2}	8.60×10^{4}
B_5	-2.63×10^{4}	1.48×10^{2}	1.11×10^{5}

A_n, B_n, $M(t)$ の計算の結果は表－３に示す。

Morison 式の計算

Stokes ２次近似波式を用いて，Morison 式によって，円筒体に作用する波力モーメントを計算する。C_D，C_Mは，表－４に示す値を与え，その結果を表－５に示す。（表には Reidの係数の場合を表示）

$$M_H(t) = M_I(t) + M_D(t)$$
$$M_I(t) = \int_{5}^{30+\eta(t)} C_M \rho\pi D^2/4 \cdot \{-2(\pi^2 H/T^2)(\cosh kz/\sinh kd)\sin\omega t - 3(\pi^3 H^2/LT^2)\cdot(\cosh 2kz/\sinh^4 kd)\sin 2\omega t\}(z-3.51)\,dz$$
$$M_D(t) = \int_{5}^{30+\eta(t)} C_D \rho D/2 \cdot U|U|(z-3.51)\,dz \approx \int_{5}^{30+\eta(t)} C_D \rho D/2 \cdot (\alpha_1 U + \alpha_3 U^3)(z-3.51)\,dz$$
$$\alpha_1 = \frac{15}{48}\{(\pi H/T)\cosh kd/\sinh kd + \frac{3}{4}(\pi^2 H^2/LT)\cosh 2kd/\sinh^4 kd$$
$$\alpha_3 = \frac{35}{48}\{\cancel{\frac{1}{}}(\pi H/T)\cosh kd/\sinh kd + \frac{3}{4}(\pi^2 H^2/LT)\cosh 2kd/\sinh^4 kd)\}$$
$$U = (\pi H/T)(\cosh kz/\sinh kd)\cos\omega t + \frac{3}{4}(\pi^2 H^2/TL)(\cosh 2kz/\sinh^4 kd)\cos 2\omega t$$

表－４

C_D	0.53	0.43，0.48	0.4	1.34
C_M	1.47	1.45	1.71	1.46
	Reid	Bretshneider	合田	Keulegan

検討

実験による M(t) と Morison 式による M(t) との間に相当の差があり，原因としては，Morison 式が過大な値を与える，計算における累積誤差，実験dataの誤差等が考えられる。

表-3

4,1421+04	-6.7753+04	7.5468+05	1.5407+06	1.1699+06	-1.0136+05
-8,6571+05	-3.6632+05	5.7656+05	7.1973+05	-1.0340+04	-6.1240+05
-4,7101+05	-5,4742+04	-2,6017+04	-2,5740+05	-1.9207+05	1,6713+05
2,5994+05	-6.3822+04	-2,0754+05	2.5411+05	8.0597+05	6.7249+05

追実験によって，追求．表-5

-1,2240+14	-7.8720+13	-4,7993+11	7.2705+13	1.4129+14	6.3356+14	1,4458+14	7,1461+13
1,4409+12	-7,9961+13	-1,1943+14	-5.7930+14	-1.2541+14	-7.7471+13	-2,4019+12	7,3943+13
1,3804+14	6.3550+14	1,4790+14	7.0212+13	3.3609+12	-8.1195+13	-1,1649+14	-5,7922+14