

信州大学工学部 正会員 吉沢 孝和

トラス構造物の静力学解析において、非線型挙動が生ずるのは (1)構成材料が非線型応力-ひずみ特性を有する場合と (2)荷重によって生ずる系の形状変化の影響を考慮する場合とに大別することができる。この両者の影響を同時にとり入れた解析式はつぎのようになる：

$$\mathbf{D} = [\mathbf{F}(x,y)^T \mathbf{S}(\sigma) \mathbf{F}(x,y)]^{-1} [\mathbf{L} - \mathbf{F}(x,y)^T [\mathbf{C}(\sigma) + \mathbf{S}(\sigma) \mathbf{E}(x,y)]]$$

節点変位マトリクス $\mathbf{D}$ は、方向余弦マトリクス (節点変位 $\mathbf{D}$ の関数) と剛度マトリクス (部材応力 σ の関数) を用いて表される。また、荷重マトリクス $\mathbf{L}$ は材料の非線型応力-ひずみ特性の補正項と系の形状変化に関する補正項を用いて表される。

右辺の各項は、荷重マトリクス $\mathbf{L}$ を除きすべて左辺 $\mathbf{D}$ の関数となるため、反復計算によって解を収束させる必要が生ずる。その手法として (1)仮定した変位を修正する方法 (2)微小な変位を系に与えこれを累積する方法 (3)補正部材力を導入しこれによって生ずる変位を累積する方法の3つを試みたが、(3)の方法が2~3回の反復で十分な収束性を示し効果的である。なお、材料の非線型特性の取り扱いには、漸増荷重にともなう生ずる各部材の応力度に対応して剛度を修正していくいわゆる“増分法”が確実な手法である。一般に、部材の応力度の上昇にともなうその剛度は低下し、系自体が変形しやすい状態となって節点に大きな変位を生ずる。このような場合には上述の式を用いて有限変位問題を同時に取り扱いしていく必要がある。一例としてワーレントラスの計算例を示す。

Fig.1.
THREE PANEL WARREN TRUSS

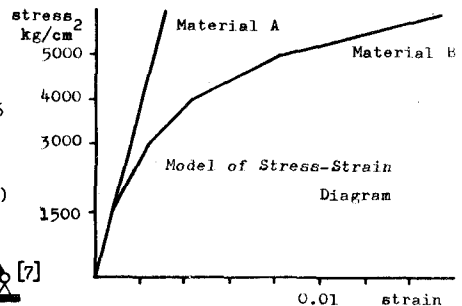
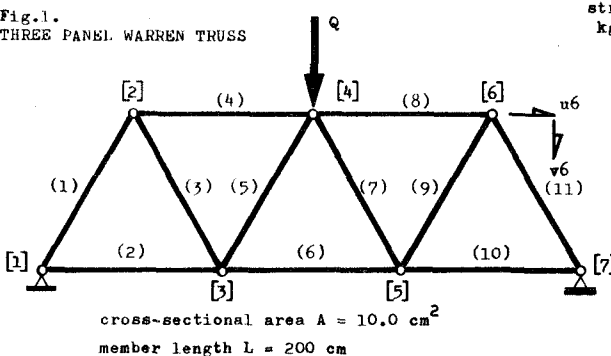


Fig.2. STRESS-STRAIN RELATIONSHIP

Table 1. MATERIAL PROPERTY

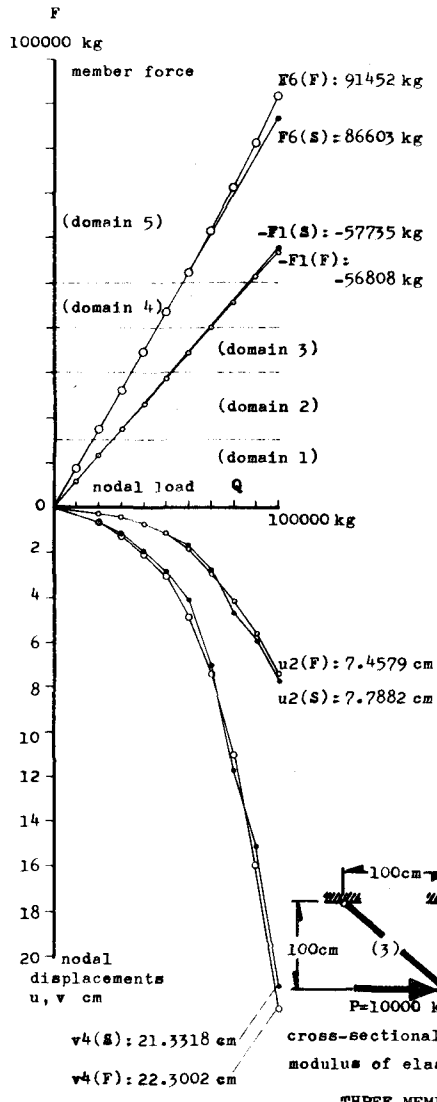
Material A: $E = 2000000 \text{ kg/cm}^2$ for all stress domains					
Material B: Domain	1	2	3	4	5
Stress	0 - 1500	1500-3000	3000-4000	4000-5000	5000-----
E	2000000	1000000	500000	250000	125000

このトラスについて、構成材料を Material A とした場合と Material B とした場合について、微小変位理論および有限変位理論のそれぞれの解法による結果を比較してみる。Material A による場合には

節点変位および部材力の代表的なものをあげるとつぎのようになる。節点荷重 Q は0から漸増させており、 $Q = 10,000 \text{ kg}$ と $Q = 100,000 \text{ kg}$ の場合について示した。 S は微小変位理論、 F は有限変位理論によることを示す。材料特性が線型性を示すため微小変位理論では荷重-変形(部材力)特性は完全な線型関係をあらわすのに対し、有限変位理論では非線型の関係を示すことがうかがえる。

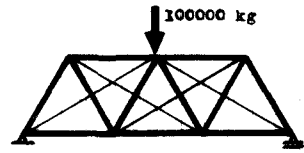
	Q = 10000 kg		
	S	F	F/S
u2	0.1299 cm	0.1299 cm	1.0000
v4	0.3583 cm	0.3585 cm	1.0006
F1	-5689.23 kg	-5772.10 kg	1.0146
F6	8660.25 kg	8666.92 kg	1.0008

	Q = 100000 kg		
	S	F	F/S
u2	1.2990 cm	1.3006 cm	1.0012
v4	3.5833 cm	3.6092 cm	1.0072
F1	-56892.34 kg	-57592.37 kg	1.0123
F6	86602.53 kg	87276.75 kg	1.0077



Material B による場合の荷重-節点変位(部材力)関係は左図のようである。本文に示した例題では特に、極限強度を設定せずに計算だけを続行したので、最終荷重における物理量は極度に大きくなった。左図において両解法の間には $Q=30000 \text{ kg}$ の時点で節点変位に大きな差が現われる。これは、ほとんどの部材の応力度が同時に domain 2 に入って剛度が低下することによって起る。この場合、有限変位理論(F)によるものが正解である。部材力の変化は図示のように(F)では非線型(S)では線型を示す。不確定トラスの場合には部材の剛度の低下により、荷重増分の負担量が他の部材に移行して一時的な部材のアソビが生ずる。

なお、前頁のトラスについて右図のように補剛材を入れた場合、載荷点のたわみは有限変位理論によると右のようになる。主部材の断面積 10 cm^2 、弾性係数は全部材 $2,000,000 \text{ kg/cm}^2$ である。



A (stiffener)	deflection
10.0 cm ²	2.3696 cm
1.0	3.4380
0.1	3.5906
0.0	3.6092

つぎに、部材の伸びによる断面変化の影響を右の三本部材トラスについて計算した。

Poisson's ratio	u (cm)	F2 (kg)	F3 (kg)	Method
0.0	0.070711	0.0	7071.07	(S)
0.0	0.0707107	3.12	7071.37	(F)
0.3	0.0707106	4.31	7070.47	(F)

このような系ではその影響が顕著でないが、上述のワーレントラス等では影響が大きく現われる。