

金沢大学工学部 喜内 敏  
同 吉田 博  
同 岩井 弘

はり一柱の面内挙動については、文献1)の方法を用いることによって、各種の荷重状態に対するたわみ曲線、曲げモーメント-たわみ角の関係を得ることが可能である。しかし、テーパーを有するはり一柱の面内挙動を考える場合、解析の性質上、文献1)の方法を適用することはできず、次のようないくつかの手順で解析を行なった。変断面を等分割してその各要素のたわみ形状を円弧と仮定し、各要素間のたわみ、たわみ角、曲げモーメントの関係を漸次求め材端の境界条件に適合するよう繰り返し計算を行なう。曲げモーメントとたわみ角の関係を決定する。

### 1. 基本関係式

図-1に示すように、柱全長をN等分割して各要素長を $\ell$ とする。図-1は変形して(i番目の要素を示し、分割した各要素のたわみ形状を円弧と仮定すると、(i-1)更と(i+1)更のたわみ、たわみ角、曲げモーメントの関係は、次のようになる。2)

$$\begin{aligned} \theta_{i+1} &= \theta_i - \phi_i \cdot \ell \\ y_{i+1} &= y_i + \frac{1}{\phi_i} (\cos \theta_{i+1} - \cos \theta_i) \\ x_{i+1} &= \frac{1}{\phi_i} (\sin \theta_i - \sin \theta_{i+1}) \end{aligned}$$

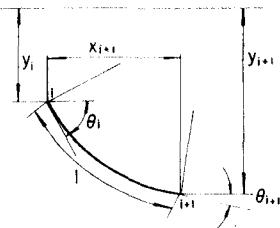


図-1

ここに、 $\theta_i$ 、 $\phi_i$ 、 $y_i$ 、 $x_i$ は、各更における、たわみ角、曲率、たわみ、(i-1)更より軸方向へと、(i)更までの長さである。

$$\begin{aligned} y_{i+1} &= y_i + \ell \left[ \left\{ 1 - \frac{(\phi_i \ell)^2}{3!} + \frac{(\phi_i \ell)^4}{5!} - \frac{(\phi_i \ell)^6}{7!} + \dots \right\} \sin \theta_i - \left\{ \frac{\phi_i \ell}{2!} - \frac{(\phi_i \ell)^3}{4!} + \frac{(\phi_i \ell)^5}{6!} - \dots \right\} \cos \theta_i \right] \\ x_{i+1} &= \ell \left[ \left\{ 1 - \frac{(\phi_i \ell)^2}{3!} + \frac{(\phi_i \ell)^4}{5!} - \frac{(\phi_i \ell)^6}{7!} + \dots \right\} \cos \theta_i + \left\{ \frac{\phi_i \ell}{2!} - \frac{(\phi_i \ell)^3}{4!} + \frac{(\phi_i \ell)^5}{6!} - \dots \right\} \sin \theta_i \right] \end{aligned}$$

また、(i+1)更の曲げモーメント、 $M_{i+1}$ は、 $Q_i$ をせん断力とすると

$$M_{i+1} = M_i + P(y_{i+1} - y_i) - Q_i \cdot x_{i+1}$$

### 2. 解析法

図-2に示すはり一柱の $M_A$ - $B$ 関係を非弹性域に拡張して求めようとするものである。一定軸力 $P$ との $M$ - $\phi$ 関係を求めるにあたり、先に、(i)の各式に $\phi_i = \theta_i$ を用いてA更との接続が得られることににより、(i)の各式に $\phi_i = \theta_i$ 、 $y_i$ 、 $\theta_i$ を求め、 $M$ を決定し、最後にB端における境界条件( $y_B = 0$ 、 $M_B = D$ )を満足するような $M_A$ を、与えた $\theta_A$ に対して求めめる。この方法によれば、弹性域に対する等断面柱に対する理論解と正確な一致を得る。次に上述の変断面はり一柱への応用については、N等分した各要素は等断面を有するものとして扱なつてよい。

### 3. $M$ - $P$ - $\phi$ 関係

断面には図-5の残留力を有する断面を考え、これを断面分割法によれば、 $M/M_y - \phi/\phi_y$  の

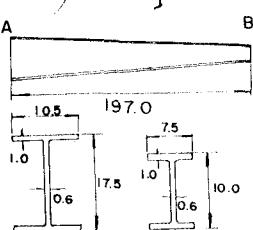


図-2

実験を求めた。応力-ヒステリシス曲線は理想化された図-3のものを用いた。本例題に於ては、図-2に示す柱に対するうち等分束との  $M - \phi$  曲線を求めて結果、一定軸力のものとの  $M/M_y$  の誤差が最大で 0.005 となり、これは微少であるので、半心断面での  $M/M_y - \phi/\phi_y$  曲線と解析での  $M - \phi$  曲線として使用した。 $D/2 P_y$  までの  $M/M_y - \phi/\phi_y$  曲線を図-4 に示す。

実際の計算に於ては、各断面値に対する  $\phi_y$  の値にとし計算を  $M_y$  行なった。軸方向力を  $P_0 = 0.4 P_{yA}$  ( $A$  は  $A$ 束の降伏軸力) に対する無次元化した軸力は、 $P_c = P_0 P_{yA} / P_{yC}$  となり、この軸力に対する  $M/M_y - \phi/\phi_y$  曲線を図-4 より内挿法によって求め、 $M_c$  に対する  $\phi_c$  を求めるにとし、上述の方法を繰り返し一定軸力のものとの  $M - D$  曲線を決定した。

#### 4. 結果

上述の方法により、図-5 に示す  $M - D$  曲線を得た。図-6、7 に  $A$  束でのみ角に対する各断面の曲げモーメント  $M$  と  $\theta$  の関係を示す。ここに  $M_{pc}/M_p$ ,  $M_x/M_p$  は、各束での曲げモーメント  $M$  と  $M_p$  との比を示す。

図-7 に於て、 $M_{pc}/M_p$  曲線と  $M_x/M_p$  曲線との接する点が塑性ビンディングである。(ここで、この 2 曲線が全長にわたって接するよりは断面が面内屈度  $\theta$  を考へた場合、最も合理的に設計された断面であろうと考えられる)。

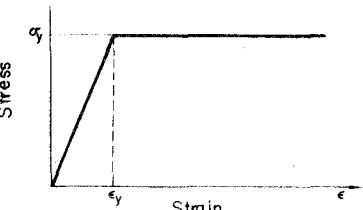


図-3

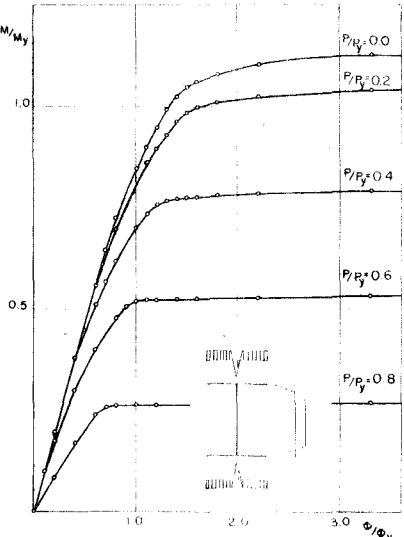


図-4

#### 参考文献

- 1) 着用者 設橋本西野 鋼構造部材と構組 5章
- 2) Slobodko, S.P. and Gere, J.M.: "Theory of Elastic Stability", McGraw-Hill, 1961, p.170

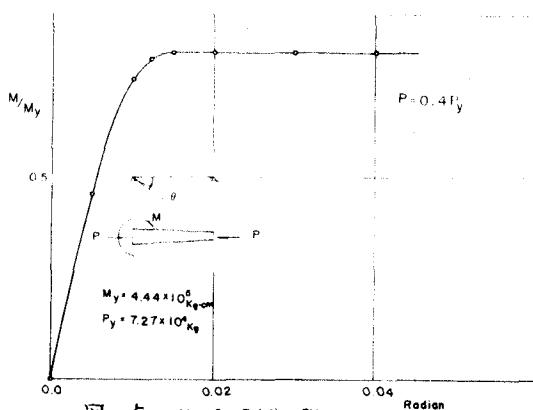


図-5  $M - \theta$  Relation Ship

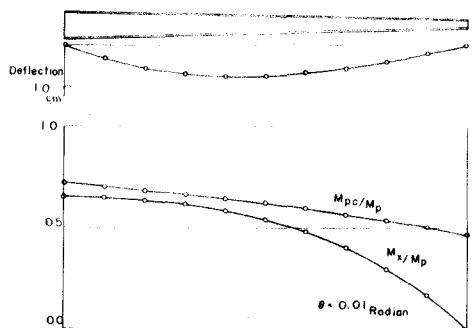


図-6

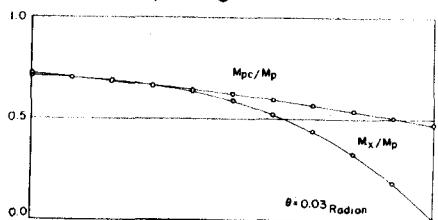


図-7