

岐阜大学工学部 正員 井上 肇 前島正彦
岐阜大学大学院 学生員 ○ 近藤 昇

スラブアーチは、通常の橋梁形式として用いられるほか、道路、鉄道等の築堤部の道路等との交差等にも用いられている。ここに斜めに交差している場合に、この構造形式を用いると、斜めアーチ形式となることは得ないが、その解析法は、十分には確立されていないようである。

同種の、斜めスラブや斜めラーメン構造は、割合によく用いられ、その解析は、解析的には困難であるため、古くから階差法¹⁾、最近では有限要素法²⁾等により、近似的な数値解析法によって行なわれている。ここでは、円筒を斜めに切った形での両端固定斜めアーチを、数値的な近似解法（有限要素法）による解を試み、斜めアーチの静的なうねりに動的挙動を知ろうとしたものである。

斜めアーチについての、基礎方程式はつきのようである（斜交座標による表示）。

$$\left. \begin{aligned} K \{ (\ddot{u} + 2a_3 \dot{u}' + \frac{1}{2} a_2 \ddot{u}) + (a_3 v'' + a_4 v' + a_5 \ddot{v}) - \frac{1}{R} (a_1 w' + a_3 \dot{w}) \} - (w''' + 2a_3 w'' + a_3 \dot{w}'') + P_x/D = 0, \\ K \{ (a_3 u'' + a_4 u' + a_5 \ddot{u}) + (\frac{1}{2} a_2 v'' + 2a_3 v' + v'') - \frac{1}{R} (w' + a_3 \dot{w}) \} - (a_3 w''' + a_2 w'' + a_3 \dot{w}'') + P_y/D = 0, \\ K \{ (a_1 u' + a_3 \dot{u}) + (a_3 v' + v'') - w_R \} - \{ (-\ddot{u}' + \frac{1}{2} a_2 \ddot{u}) - (a_3 v''' + a_5 v'' - a_3 v'') + \frac{1}{R} (a_1 w'' - a_3 \dot{w}'') \} - \frac{1}{R} \\ - (w'''' + 2a_2 w'''' + 2a_3 w'''' + 2a_3 w'''' + w'''') + P_z/D = 0, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで、 $K = l^3/2$, $a_1 = \cos^2 \alpha + V \sin^2 \alpha$, $a_2 = 1 + \cos^2 \alpha - V \sin^2 \alpha$, $a_3 = a_1 + \frac{1}{2} a_2$, $a_4 = a_1 - \frac{1}{2} a_2$

$P_x, P_y, P_z: x, y, z$ 軸方向への荷重, $(\cdot)' = \partial(\cdot)/\partial x$, $(\cdot)'' = \partial(\cdot)/\partial y$

有限要素法を適用するにあたって

曲面として取扱わないで、アーチ面をいくつかの平行四辺形要素からなる図-2のような折板構造のものとして扱うこととした。この四辺形要素は図-1の斜交座標系を用いて、面内および面外への変形に対する剛性行列、 \bar{K}_A, \bar{K}_{Ae} を、それぞれつきのような変位関数を用いて求めた。³⁾

面内変形: $u = U/l = A_1 + A_2 \xi + A_3 \eta + A_4 \xi \eta$, $v = V/l = A_5 + A_6 \xi + A_7 \eta + A_8 \xi \eta$ (2)

面外変形: (微分方程式 $\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - 4 \sin \alpha \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + 2(1+2 \sin^2 \alpha) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 4 \sin \alpha \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 8 \cos^2 \alpha / D$)

$$w = W/l = A_9 + A_{10} \xi + A_{11} \eta + A_{12} \xi^2 + A_{13} \xi \eta + A_{14} \eta^2 + A_{15} \xi^3 + A_{16} \xi^2 \eta + A_{17} \xi \eta^2 + A_{18} \eta^3 + A_{19} (\xi^3 \eta + \xi \xi^2 \eta^2) + A_{20} (\xi^2 \eta^3 + \xi \eta^3) \quad (3)$$

ここで、 $\xi = x/l$, $\eta = y/l$, $A_1 = \frac{3 \sin \alpha}{1+2 \sin^2 \alpha} \cdot \frac{b}{a}$, $A_2 = \frac{3 \sin \alpha}{1+2 \sin^2 \alpha} \cdot \frac{a}{b}$, l : 長さの単位をもつ任意の量。

面内: $\bar{F}_A = \bar{K}_A \cdot \bar{U}_A$, 面外: $\bar{F}_A = \bar{K}_{Ae} \cdot \bar{U}_{Ae}$ (4) の2つの剛性行列をZ軸まわりの変位の回転成分 θ_z , モーメント M_z を加えて 24×24 の斜平板四辺形要素についての、全剛性行列が得られる。

$$\bar{F}_e = \bar{K}_e \cdot \bar{U}_e, \quad F_e = (F_1, F_2, F_3, F_4)^T, \quad U_e = (U_1, U_2, U_3, U_4)^T \quad (5)$$

ここで \bar{F}_e , \bar{K}_e , \bar{U}_e は要素についての剛性行列で、 $\bar{F}_e = (P_x, P_y, P_z, M_x, M_y, M_z)^T$, $\bar{U}_e = (U, V, W, \theta_x, \theta_y, \theta_z)^T$
 K_e と \bar{R}_A , K_A とは $K_e = \bar{T}_e^T \begin{bmatrix} K_A & 0 & 0 \\ 0 & K_A & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \bar{R}_A$
 と変換行列を用いて関係づけられる。

個々の要素について得られた K_e を用いて、構造物全体にたいする、力-変位関係を定めねばならない。各要素についての局所座標系は全体についての座標系に β だけ傾斜しており各節点における変位や力の釣り合い条件を考える上でも、統一した座標系がいる。したがって統一した基本系に各要素の K_e を、行列 \bar{L}_e を用いて変換しなければならない。

$$K_e^* = \bar{L}_e^T \cdot K_e \cdot \bar{L}_e, \quad (\bar{F}_e^* = K_e^* \bar{U}_e^*) \quad (6)$$

これらを用いて、構造物全体についての 力-変位関係

$$\bar{F} = \bar{K} \cdot \bar{U} \quad (7)$$

が導かれる。

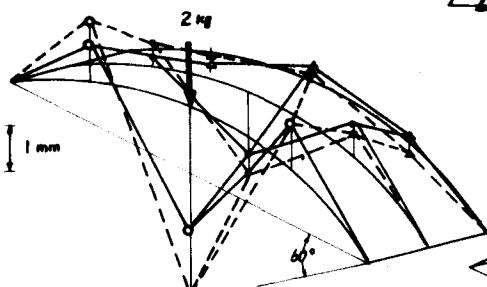


図-3 載荷による変位

模型実験；スパン 1200 mm, 中 400 mm
 ライズ 200 mm, 斜角 60° として、アルミ板(1.6 mm 厚)で製作し、比較のため直アーチとともに静的載荷と振動試験

を行なった。斜アーチの方が、一般に直アーチに比べて剛性が大きく測定されている。

計算値、および測定結果の詳細については講演当日にゆずる。

- 参考文献
- 1) 四野官哲郎；スラブ式斜アーチ橋解法の一試案、第21回 土木学会年次講演会 昭41
 - 2) 山崎徹也・岸坂照；板たみ45度法による立体斜板構造の解析、第14回 橋梁構造工学研究発表会、昭42
 - 3) 四野官、高木、前島、小田；平板結合体としてのスラブ式アーチの応力解析、第24回 土木学会年次講演会 昭44
 - 4) L.S.Morley; Skew Plates and Structures, Pergamon press, '63.
 - 5) A.G.Haydon; The Theory and Design of Skewed Arch or Frame Bridge. The Rigid Frame Bridge
 - 6) J.C.Rathbun; Analysis of the Stresses in the Ring of Concrete Skew Arch. Trans, ASCE, No.1542
 - 7) D.A.Pecknold and W.C.Schnobrich; Finite-Element Analysis of Skewed Shallow Shells, Proc. ASCE, ST 4, '69

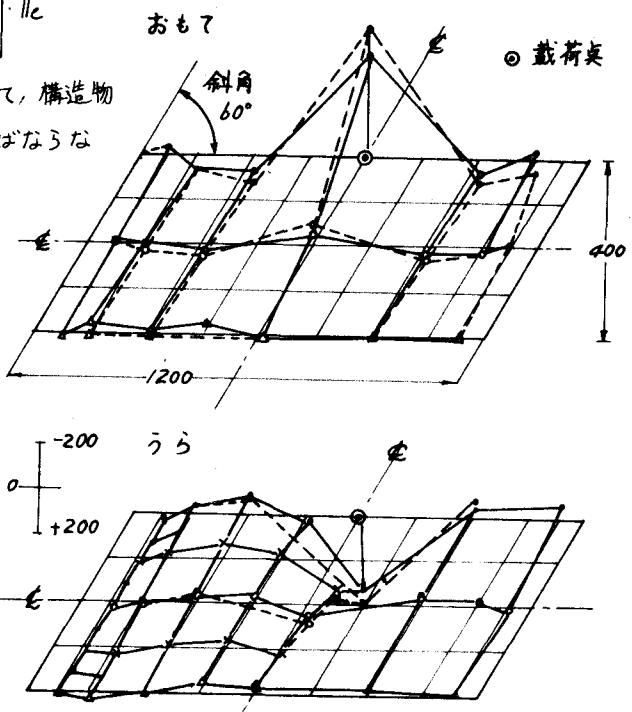


図-4 載荷によるひずみ ($\times 10^{-6}$)

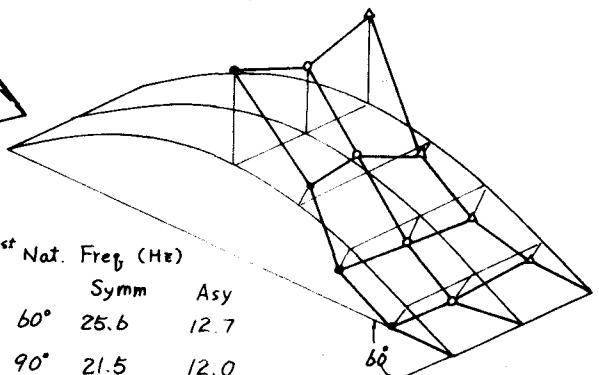


図-5 斜めアーチ振動モード