

信州大学 工学部 正員 吉田 俊 弥

信州大学 工学部 正員 ○三 井 康 司

1. はじめに

最近土木建築構造物において、種種の条件から曲線ばりを使用する場合が多くなつてきており、不静定構造物となる程、等断面より変断面を用いる場合の方が経済的であると思われる。また断面変化も区間ごとに等断面としたり、一様変化の断面を使用しても解析上の便宜から、安全側に見込んで断面を代表断面として計算する場合が多いように見受けられる。しかし実際の断面変化にそつてより厳密に計算するのが望ましいこととなり、筆者らはつぎのような解析方法を試みているので報告する。

2. 計算概要

解析方法は通常の直線部材に適用するたわみ角式を変断面円弧部材にも用いられるように誘導するのが考えやすい。すなわち図-1において任意角 n における曲げモーメント M_n 、ねじりモーメント T_n は式(1)のようになり、

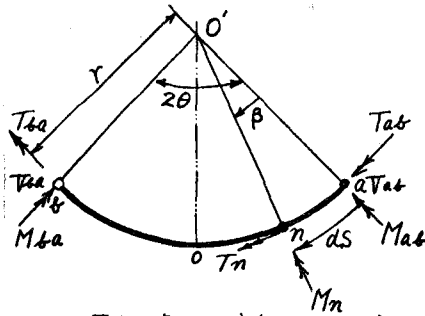
$$\left. \begin{aligned} M_n &= M_{ab} \cos \beta - T_{ab} \sin \beta + V_{ab} r \cos \beta \\ T_n &= M_{ab} \sin \beta + T_{ab} \cos \beta + V_{ab} r (1 - \cos \beta) \end{aligned} \right\} (1)$$

ここに M_{ab} , T_{ab} , V_{ab} は a のおの a の部材の a 端側の曲げモーメント、ねじりモーメント、せん断力を示す。符号は図-1に示すものを正とする。

M_n と T_n とによる仕事量 W は

$$W = \frac{1}{2E} \int \frac{M_n^2}{I} ds + \frac{1}{2G} \int \frac{T_n^2}{J} ds \quad (2)$$

である。



図中の矢印の方向を正とする。
 V_{ab} は紙面に垂直下向きを正とする。

図-1

θ_a , ϕ_a , δ_a などを a 端のたわみ角、ねじり角、垂直変位とし、 O 点での釣り合いから M_{ab} , T_{ab} , V_{ab} の a 端を表わすと式(3)が成り立つ。

$$W = M_{ab} (\theta_a - \cos 2\theta \cdot \theta_b - r \sin 2\theta \cdot \phi_b) + T_{ab} (\phi_a + \sin 2\theta \cdot \theta_b - \cos 2\theta \cdot \phi_b) + V_{ab} (\delta_a - \delta_b - r \sin 2\theta \cdot \theta_b - 2r \sin^2 \theta \cdot \phi_b) \quad (3)$$

一方 Castigliano の定理より $\theta_a = \partial W / \partial M_{ab}$, $\phi_a = \partial W / \partial T_{ab}$, などとなるから式(2), (3)より M_{ab} , T_{ab} , V_{ab} は式(4)のようになる。すなわち

$$\begin{Bmatrix} M_{ab} \\ T_{ab} \\ rV_{ab} \end{Bmatrix} = B^{-1} A \begin{Bmatrix} \theta_a \theta_b \phi_a \phi_b \delta_a \delta_b \end{Bmatrix} \quad (4) \quad \text{ここに } B, A \text{ は式 (5), (6) であり, } M=G/E \text{ である。}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \cos 2\theta & 0 & \sin 2\theta & 0 & 0 \\ 0 & \sin 2\theta & 1 & \cos 2\theta & 0 & 0 \\ 0 & r \sin 2\theta & 0 & 2r \sin^2 \theta & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$B = \begin{bmatrix} \mu e_{mm} + g_{mm} & \mu e_{mt} + g_{mt} & \mu e_{mv} + g_{mv} \\ \mu e_{tm} + g_{tm} & \mu e_{tt} + g_{tt} & \mu e_{tv} + g_{tv} \\ \mu e_{vm} + g_{vm} & \mu e_{vt} + g_{vt} & \mu e_{vv} + g_{vv} \end{bmatrix} \quad (6)$$

式(6)中において、たとえば $c_{mm} = \int \frac{\cos^2 \beta}{I(\beta)} ds$ (7), $g_{tm} = \int \frac{\sin \beta \cos \beta}{J(\beta)} ds$ (8) などとなる。
変断面部材であるので $I(\beta)$, $J(\beta)$ が β の関数となり、具体的には式(9), (10) で示される。

$I_n(\beta) = \{1 + \eta(\beta/2\theta)^m\} I_A$ (10), ただし $h_A = n \cdot h_B$, $\eta = n - 1$, I_A は A 端での断面二次モーメントを示す。同様に、

$$J_n(\beta) = 2t(h_A \cdot b)^2 \{1 + \eta(\beta/2\theta)^m\} \div [h_A \{1 + \eta(\beta/2\theta)^m\} + b] \quad (11)$$

式(10), (11) において断面が 1 次, 2 次, 3 次関数で変化する場合は, $m=1, 2, 3$ とすればよく実際の計算は計算機で近似計算させる。図-2 は $2\theta = 30^\circ, 60^\circ$ の場合の T_{ab} の θa の係数値である。

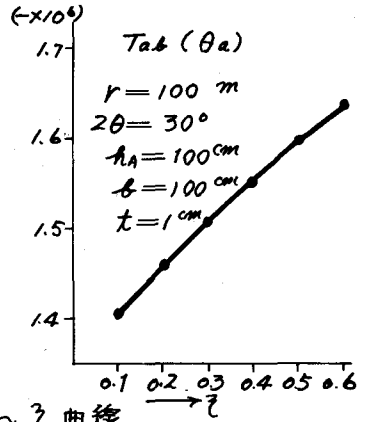
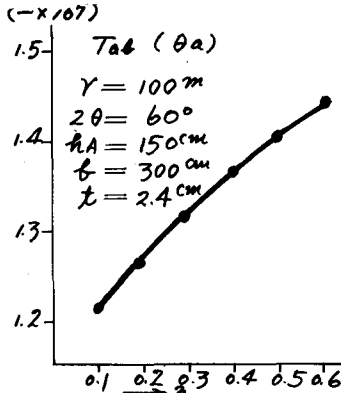
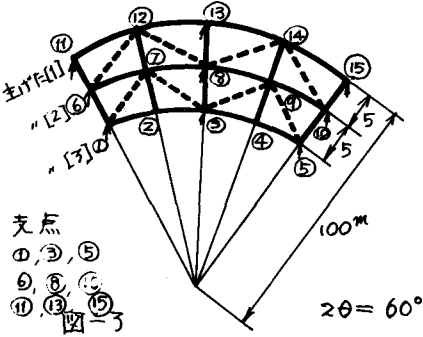


図-2 $T_{ab} \sim \theta$ 曲線

3. 計算例

図-3 に示す構造物は、円弧の 3 本主げたに横げたが剛接された場合の骨組であり、断面変化の様子は表-1 に示す。表-1 より円弧部材の端モーメントが



	格点	h_A (cm)	n	$\theta a (10^\circ)$	$\theta b (10^\circ)$	$\phi a (10^\circ)$	$\phi b (10^\circ)$
主 1"	②	120	1.2	2.8172	1.6326	-1.7133	1.5403
	⑬	144	1.2	4.2736	2.4790	-2.5997	2.3745
	⑭	120	0.8	4.8057	2.0607	-3.3962	-2.1683
	⑮	100	0.8	3.1493	1.3491	-2.2283	-1.4131
主 1"	⑦	120	1.2	2.8172	1.6326	-1.7133	1.5403
	⑧	144	1.2	4.2736	2.4790	-2.5997	2.3745
	⑨	120	0.8	4.8057	2.0607	-3.3962	-2.1683
	⑩	100	0.8	3.1493	1.3491	-2.2283	-1.4131
主 1"	②	120	1.2	2.8172	1.6326	-1.7133	1.5403
	③	144	1.2	4.2736	2.4790	-2.5997	2.3745
	④	120	0.8	4.8057	2.0607	-3.3962	-2.1683
	⑤	100	0.8	3.1493	1.3491	-2.2283	-1.4131

変形量で表わされ、通常の弾性方程式を作り、連立方程式を解くことで未知量が決定される。主げたの曲線が放物線, $\sin$ 曲線などとなる場合も、式(4), (3)を変えることにより計算は同様に進められる。

4. おわりに

断面はボックス (幅 $b=100$ cm, 厚さ $t=1$ cm)

以上の手順で変断面円弧はりを含む骨組

表-1

構造の解析も比較的簡単に数値的に計算できるが弾性方程式の作成が煩雑となり、計算機を使用するに際して少々工夫してかたに当日報告する。

参考文献: 山本 宏, 円弧部材を有する平面構造物に対するモーメント分配法, 土木学会論文集, 174号
渡辺 昇, 曲線げたの理論と計算, 技報堂, 1967,
吉田, 三井, 変断面円弧はりを用いた橋床の剛性について, 土木学会年次学術講演会, 1971