Ⅲ－２０　　交通量配分における分割計算法の意義について

金沢大学工学部　　正員　飯田恭敬

1. まえがき

交通量配分の計算法は，これまで数多くの方法が開発されてきている。そのうち実用的な方法として最もよく用いられているのが分割法とよばれているものである。分割法とは，ＯＤ交通量を何層かに分割しておいて，ある層の配分計算が終了するたびに，各道路区間の走行時間を修正し，次層の各ＯＤ交通量はこの修正した走行時間のもとでの各最短経路に配分する方法である。しかし，この分割法に対しての妥当性や，その論理的背景についてはいままで論及されていなかった。本文ではこうした点を明らかにするとともに，配分諸原則における分割法の有用性について考察するものである。つまり，著者は従来の配分法もまとめれば，時間比原則，等時間原則，総走行時間最小化原則の３つに分類できると考えており，その相互の関連性についても説明できるとしている。そしてこのことから，いずれの配分原則による計算も分割法によって近似解が求められるのである。

2. 時間比原則配分とその計算法

時間比原則配分とは，あるＯＤ交通についてみたとき，走行時間の短い経路ほどその選択率が高いという配分である。ＯＤ交通kのp番目の経路交通量（パスフロー）をx_p^k，その走行時間をT_p^kとしたとき，その経路の選択率m_p^kは次式で示される。ただし，ＯＤ交通kの経路はr_k本，ＯＤ交通はg個あるものとする。Q_kはＯＤ交通kの交通量である。ここに，nは時間比係数である。ところで，道路区

$$m_p^k=\frac{x_p^k}{Q_k}=\frac{(T_p^k)^{-n}}{\sum_{p=1}^{r_k}(T_p^k)^{-n}}\quad,\quad\begin{pmatrix}p=1,2,\cdots\cdots,r_k\\k=1,2,\cdots\cdots,g\end{pmatrix}\qquad(1)$$

間ijの走行時間T_{ij}とその交通量X_{ij}との関係をパスフローで表記すれば式（２）のようになる。一方，

$$T_{ij}=\phi(X_{ij})=\phi\Big(\sum_{x_p\in ij}x_p^k\Big)\qquad(2)$$

x_p^kの走行時間T_p^kは次式のように示せる。結局，式（１）は式（３）より，式（４）のようになる。

$$T_p^k=\sum_{ij\in k,p}T_{ij}=\sum_{ij\in k,p}\phi\Big(\sum_{x_p\in ij}x_p^k\Big)\qquad(3)$$

$$\frac{x_p^k}{Q_k}=\frac{\Big\{\sum_{ij\in k,p}\phi\big(\sum_{x_p\in ij}x_p^k\big)\Big\}^{-n}}{\sum_{p=1}^{r_k}\Big\{\sum_{ij\in k,p}\phi\big(\sum_{x_p\in ij}x_p^k\big)\Big\}^{-n}}\qquad\begin{pmatrix}p=1,2,\cdots,r_k-1\\k=1,2,\cdots,g\end{pmatrix}\qquad(4)$$

このとき，パスフローx_p^kは常にＯＤ条件式を満たさねばならないため，式（４）はpについてはr_k-1個でよい。ＯＤ条件式とは，次式に示すように，あるＯＤ交通についてのパスフローの合計がそのＯＤ交通量に一致していることを示す。したがって，時間比原則による配分計算は，式（４）と式（５）

$$\sum_{p=1}^{r_k}x_p^k=Q_k\qquad(k=1,2,\cdots\cdots,g)\qquad(5)$$

から成る高次連立方程式を解けば実行できることになる。

時間比原則配分では収束計算法と分割計算法の２通りが考えられる。まず，収束計算法であるが，説明を簡単にするために，単一のＯＤ交通でその間には互に重ならない経路がある場合を考える。そうすると，式（４）は次式と同値であるから，この式中のどれか一変数x_pにある正値を与えると，こ

$$x_1\phi^n(x_1)=x_2\phi^n(x_2)=\cdots\cdots=x_p\phi^n(x_p)=\cdots\cdots=x_r\phi^n(x_r) \quad (6)$$

れに対応して他の変数x_ℓ（$\ell \neq p$）も正値がそれぞれ1個ずつ一意的に決定される。つまり，x_pが与えられると，x_ℓは$F(x_\ell)=0$なるものを探し出せばよい。そこで，x_pと1対1に対応するx_ℓを次式で

$$F\ (x_\ell)=x_\ell\phi^n(x_\ell)-C=0 \qquad ここに，C=x_p\phi^n(x_p) \quad (7)$$

表わすことにする。　さて，式（8）をＯＤ条件式（5）に代入し，Qを移項し，次のような関数G

$$x_\ell=h_\ell(x_p) \quad ,\ (\ell=p,\ \ell=1,2,\cdots\cdots,r) \quad (8)$$

（x_p）を定義する。この式で$G(x_p)=0$となればＯＤ条件式を満たすということである。したがっ

$$G\ (x_p)=x_p+\sum_{\ell\neq p}^{r}h_\ell(x_p)-Q=0 \quad (9)$$

て，収束計算では式（8）と式（9）の計算を交互に繰返し，式（9）が満足されるまで行なう。そして，ＯＤ交通が複数個になれば，全てのＯＤ交通について時間比原則が成立するまでこれを続ける。他方，分割法では次のような計算を行なう。ＯＤ表が与えられると単位ＯＤ表を作成し，総交通量Nをm分割しておく。すなわち，N／m＝ΔN．最初に零フロー時の走行時間比でΔN･PのＯＤ交通量を配分して各区間交通量を求め，この交通量に対応した走行時間を算定する。そして，この走行時間比を用いて次のΔN･Pを配分する。オ1回目，オ2回目の配分交通量を累計し，この交通量に対応した走行時間を算出し，これを用いてオ3回目のΔN･Pを配分する。以下同様にして，計算するごとに交通量を累加し，走行時間を修正してm回目まで計算を行なう。

この2つの計算法による結果を比較してみると，それらは全く一致することが確かめられた。ということは，経路が指定された場合の時間比原則の解は唯一つであることが保証されると同時に，分割法によって計算が非常に簡単になるということが結論される。

3．配分諸原則間の関連性について

時間比原則配分において係数nを大きくしていった場合，その結果は各ＯＤ交通についての経路走行時間の差が次第になくなってくる。これは式（1）をみても容易に理解されるようにnの値が大きくなるほど経路選択における時間の効き方が大きくなっていく。そして，nが無限大になれば，各ＯＤの交通はその間の何本かの経路に集中し，それらの走行時間が等しくなるのである。すなわち，等時間原則の配分に一致する。従来の分割計算法では各層の計算ごとに，各ＯＤ交通量はその時間最短経路に配分されていたが，これはnが無限大の場合に相当し，等時間原則の配分を行なっていたことになるのである．また，等時間原則と総走行時間最小化原則は，交通量と走行時間の関係を表わす容量関数を変換すれば全く同じ方法で取扱えると井上博司氏は説明している。したがって，配分原則が何であれ，いずれも分割法によって簡単に計算が実行できる。ただし，等時間原則と総走行時間最小化原則では分割数をいくら小さくしても厳密解と一致するとはかぎらないので，これらの場合，分割法は近似計算法であることを銘記しておかなくてはならない。

4．あとがき

以上，分割法は，交通量配分においてその原則がいずれであっても簡単に計算できることを示した．また，交通量の不規則性や変動性を考慮すれば，実用的にはこの程度の計算で十分であろう。これらの分割法の計算ではすべてパスフローで行なうので，交差点の影響を考慮できるのも一つの利点であり，そして，この分割法によって道路網の最大容量についても簡単に検討できる。