

## OD分布に関する確率的考察

名古屋工業大学 正員 松井 寛

1. まえがき 都市内の交通は、通常時間的にも空間的にも平衡な分布パターンを示すことが知られているが、この平衡状態に着眼して、主として確率的なアプローチによる交通量配分モデルをすでに提案しているが、このモデルはまた都市内のOD分布の推定にも応用しうることが明らかにされている。そこで本文では、本モデルをOD分布の推定に適用した場合の実証的研究を行ない、その適用性を評価する。

2. 交通量分布モデルの概要 モデルの定式化にあたり、まず対象地域内の交通の終走行台時分（または終走行台キロ）を与えたときの、確率的に最も実現しやすい分布パターンというものを考える。この際に、理論上でトリップ分布の自由な組合せを考えるために、トリップの互換性の仮定が必要となる。まず $J$ 個の交通発生ゾーンと $J$ 個の交通吸収ゾーンからなる対象地域を考え、その中に全体で $N$ トリップの交通が各ゾーン間に分布する状態を考える。発生ゾーンの標準化された発生交通量を $U_i$ 、吸収ゾーンの標準化された集中交通量を $V_j$ 、またゾーンを出発した車がゾーン $j$ に向う遷移確率を $P_{ij}$ 、またそのときの所要時分を $t_{ij}$ で表わす。したがって $N$ トリップによる終走行台時分 $E$ は

$$E = N \sum_i \sum_j U_i P_{ij} t_{ij} \quad (1)$$

で表わされる。ところで、任意の終走行台時分 $E$ （任意ではあるが一度選べば固定する）が $N$ トリップによって共有される可能な配分状態は一般にはほかにも無数に存在する。その中で最も確率的にみて取り易い分布パターンとして次式をえる。

$$\text{Max. } (\ln Z_E - YE) \quad (2)$$

上式の $Z_E$ は任意の分布に関してあらゆる可能なすべての組合せの数を表わし、 $Z_E = N! / \prod_i N_i!$ で表わされるものである。ただし組合せは終走行台時分 $E$ と矛盾しない範囲で考えられるべきものである。また $Y$ は常数で、平均トリップ当たり走行時分 $\bar{t}$ により $Y = \ln(1 + 1/\bar{t})$ から一意的に決まる。

(1)式を $U_i$ ,  $P_{ij}$ ,  $t_{ij}$ を用いて（ $V_j$ は式中にあらわれない）書きなおし整理すると、

$$\text{Max. } (- \sum_i U_i \ln U_i - \sum_i \sum_j U_i P_{ij} \ln P_{ij} - Y \sum_i \sum_j U_i P_{ij} t_{ij}) \quad (3)$$

となり、上式を次の条件式

$$\sum_i U_i = 1, \quad \sum_j V_j = 1, \quad \sum_i P_{ij} = 1, \quad \sum_i U_i P_{ij} = V_j \quad (4)$$

のもとで解けばよい。 $(3)$ 式の第1項および第2項を、統計力学の平衡条件式（ヘルムホルツの自由エネルギー式）にならって、それぞれトリップ発生エンントリピー、トリップ分布エンントリピーと呼ぶ。

さて一般には、各ゾーンの発生または集中交通量は、各ゾーンの土地利用、経済活動に大きく支配される。したがって $U_i$ ,  $V_j$ は別に与えた方がよい。このとき $(3)$ 式のトリップ発生エンントリピーは常数項となり、解はくり返し計算によって次のようにならう。

$$P_{ij} = \alpha_i \beta_j \exp(-1 - Y t_{ij}) \quad (5)$$

ただし $\alpha_i$ ,  $\beta_j$ は、 $\alpha_i = e / \sum_j \beta_j \exp(-Y t_{ij})$  と  $\beta_j = e^{V_j} / \sum_i \alpha_i U_i \exp(-Y t_{ij})$  とかう収束計算によって求めめる。

ところで上式からOD確率  $U_i P_j$  は

$$U_i P_j = d_{ij} / \sum_i d_{ij} U_i \exp(-\gamma t_{ij}) \quad (6)$$

と書ける。ただし上式で  $d_{ij} = d_{ij} / \sum_i d_{ij} U_i \exp(-\gamma t_{ij})$  とおいている。これは総走行時間分を固定した場合に確率最大化によつて求めたODパターンが重力モデル構造を有することを示している。

3. 通用例 モデルの適合性を検討するため、名古屋14区を例にとって計算を行なつた。本モデルの前提にはトリップの互換性の仮定がなされていゝため、その通用もこの仮定を満足する目的および車種の交通に限られなければならないが、本文では資料の関係からやむをえず昭和43年の乗用車によるOD交通実績値を用いた。ただしゾーン内相互の交通は計算の対象から除外し、またもししては便宜的にゾーン間距離を採用している。なお計算の結果はかなり良好である。(計算結果は当日発表の予定)。なお計算に用いたYの値は平均トリップ長をから一意的に決まるが、昭和43年の実績から得られた平均トリップ長(ゾーン内相互を除いた平均)は7.142 km、そのときのY=0.2347である。Yの値を変化させてOD交通量を計算し、これと実績ODとの適合度を  $\chi^2$ -値により検定した結果を図-1に示す。図中には同じく昭和40年および36年の実績ODについて計算した結果も示されていゝが、各年次ともYの値が実績値から得られた平均トリップ長にほぼ一致したときのYの値で適合度も最大になることが判明した。以上の計算結果から判断すれば、トリップの互換性の仮定からみて必ずしも満足すべき通用例でない乗用車のODにちがからず、 $\gamma$ 、 $U_i$ 、 $P_j$  を与えてそれを固定したときの確率的に最も起りやすいODパターンが、実績ODを十分表わしうることが明らかとなり、本モデルの通用性が証明されたと言つて良いであろう。ただし前節で述べたように、本モデルはその構造からいつて重力モデル構造を有する交通に対してのみ通用が限定されるものである。

つぎにOD分布とエントロピーの関係を検討するため、名古屋市の実績ODから得られたトリップ発生エントロピー値およびトリップ分布エントロピー値の経年変化を見ると、図-2に示すように両エントロピー値がほぼ直線的に増加していくことがわかる。これは都市空間における人の創造活動によって、交通の分布パターンにおけるエントロピーを減少させ方向に進むにちがからず、なお金額的にはエントロピーは年々増加し、分布パターンの空間的均等化が進行していくことを示しており、これはまた都市の拡大を裏付けていゝとも考えられる。

#### 参考文献

1. 松井賛“交通量分布解析の統計力学的接続”第24回土木学会年次学術講演会概要集 昭和44年9月
2. 松井賛“交通量分布パターンの確率論的考察”土木学会論文収集 (投稿中)

図-1 Yの値と適合度( $\chi^2$ -値)の関係

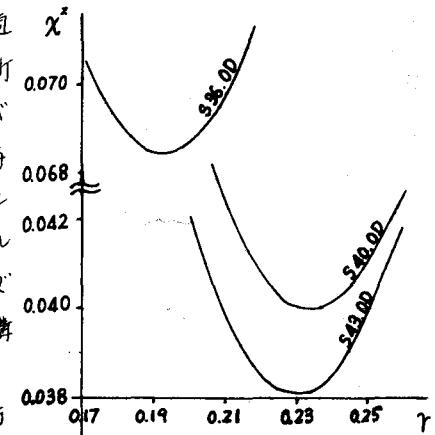


図-2 エントロピーの経年変化

