II−20　　プロペラ式流速計による乱れの測定法について

信大工，正，余越 正一郎

1. 河川鉛直乱流場の速度変動をオイラー流に測定するための測器としては，近年超音波流速計，電磁流速計，Hot-film流速計などのすぐれたものが実用化されてはいるが，従来からある回転式，特にプロペラ式の流速計も非常に有用である。プロペラ式流速計は製作が比較的簡単で直線性もよいうえに，温度変化などの影響も受けにくく安定性がよいので，現地観測用測器としては最も使いやすいものである。最近では従来否定的であった主流成分以外の速度変動の検出も行なわれはじめて，Pedersen，Nece and Smith などは小型プロペラでレイノルズ応力の測定を試みている。プロペラ式流速計は応答性がよくないといわれているが，例えば著者が以前に使用した直径1.5cmのものは平均流速 40 cm/sec で時定数が 0.02 sec 程度であった。いたずらに応答性をよくしても，測器の幾何学的寸法にもとづく平均化と調和していなければ無意味である。本報告は流速計の時定数及び幾何学的寸法による乱流場のスペクトルの切断という面からみたプロペラ式流速計の適用限界について記すものである。

2. 定常一様乱流場における速度場

$$u_i(\mathbf{x},t)=\int_{-\infty}^{\infty} e^{i(\mathbf{k}\mathbf{x}+\omega t)}\,dZ_i(\mathbf{k},\omega), \tag{1}$$

$\mathbf{x}$：位置ベクトル
$\mathbf{k}$：波数ベクトル
t：時間
ω：角周波数
$dV(\mathbf{x})$：$\mathbf{x}$における体積要素
$*$：共軛複素数

を空間平均特性 $K_s(\mathbf{x})$，時間平均特性 $K_T(t')$ の測器で測定すると，

$$\tilde{u}_i(\mathbf{x},t)=\iint_{-\infty}^{\infty} K_s(\mathbf{x}')K_T(t')\,u_i(\mathbf{x}+\mathbf{x}',t+t')\,dV(\mathbf{x}')dt'$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty} e^{i(\mathbf{k}\mathbf{x}+\omega t)}\,d\tilde{Z}_i(\mathbf{k},\omega), \tag{2}$$

がえられ，エネルギースペクトルテンソルは

$$\tilde{\Phi}_{ij}(\mathbf{k},\omega)=\overline{d\tilde{Z}_i(\mathbf{k},\omega)\,d\tilde{Z}_j^*(\mathbf{k},\omega)}\,/\,d\mathbf{k}\,d\omega, \tag{3}$$

となって，乱流場 (1) のスペクトルテンソル $\Phi_{ij}(\mathbf{k},\omega)=\overline{dZ_i(\mathbf{k},\omega)\,dZ_j^*(\mathbf{k},\omega)}/d\mathbf{k}\,d\omega$ とは異なったものになる。時定数 τ のプロペラ式流速計が空間的には寸法 l で単純移動平均形のフィルターの作用をするものとして，

$$K_s(\mathbf{x})=\begin{cases}1/l & : |\mathbf{x}|\le l/2\\ 0 & : |\mathbf{x}|>l/2\end{cases},\qquad K_T(t)=\begin{cases}\frac{1}{\tau}e^{-t/\tau} & : t>0\\ 0 & : t<0\end{cases}, \tag{4}$$

として，これを (2) に代入すると，

$$d\tilde{Z}_i(\mathbf{k},\omega)=\frac{1}{1+i\omega\tau}\,\frac{\sin(\mathbf{k}l/2)}{\mathbf{k}l/2}\,dZ_i(\mathbf{k},\omega), \tag{5}$$

がえられる。われわれがプロペラ式流速計を用いて実際に測定しえるものは，x_1軸上（主流方向）

の1次元スペクトルであり，時定数τのかわりに応答距離 $L=\bar{u}\tau$ を導入すると，それは

$$\tilde{F}_{ij}(k_1)=\iint_{-\infty}^{\infty}\tilde{\Phi}_{ij}(k,\omega)\,dk_2dk_3=\frac{1}{1+k_1^2L^2}\iint_{-\infty}^{\infty}\frac{\sin^2(kl/2)}{(kl/2)^2}\Phi_{ij}(k)\,dk_2dk_3, \qquad (6)$$

となる。 ここで乱流場の等方性を仮定すると $\Phi_{ij}(k)$は3次元スペクトル$E(k)$を用いて，

$$\Phi_{ij}(k)=\frac{E(k)}{4\pi k^4}(k^2\delta_{ij}-k_ik_j), \qquad (7)$$

と表わされるので，最大乱子の波数より大きい波数領域では例えばNovikovの式

$$E(k)=\frac{a^{2/3}}{\Gamma(2/3)}\bar{\varepsilon}^{2/3}k^{-5/3}\exp\{-a(k\lambda_0)^2\}, \quad a=\frac{2\sqrt{7}}{3}, \qquad (8)$$

$\bar{\varepsilon}$：平均エネルギー逸散密度
λ_0：最小乱子の直径
Γ：ガンマ函数

を用いて $\tilde{F}_{ij}(k_1)$ を求めることができる。

3. 1次元スペクトルに対する時定数の効果は(6)からわかるように簡単であるから，流速計の幾何学的形状による影響について考える。 x_i成分の測器の寸法 l_iによって切断された1次元スペクトルを $\tilde{F}_{ij}(k_1,l_i)$ で表わすことにして，簡単のために成分ごとの切断状況をみると(6)から次をえる。

$$\tilde{F}_{11}(k_1,l_1)=\frac{\sin^2(k_1l_1/2)}{(k_1l_1/2)^2}F_{11}(k_1), \quad \tilde{F}_{22}(k_1,l_1)=\frac{\sin^2(k_1l_1/2)}{(k_1l_1/2)^2}F_{22}(k_1),$$

$$\tilde{F}_{11}(k_1,l_2)=\int_{k_1}^{\infty}\frac{E(k)}{\pi k}\left(1-\frac{k_1^2}{k^2}\right)\int_0^{\pi/2}\frac{\sin^2(\xi\sin\theta)}{(\xi\sin\theta)^2}\,d\theta\,dk,$$

$$\tilde{F}_{22}(k_1,l_2)=\int_{k_1}^{\infty}\frac{E(k)}{4\pi k^3}\int_0^{2\pi}\left[k^2-\left(\frac{2\xi\sin\theta}{l_2}\right)^2\right]\frac{\sin^2(\xi\sin\theta)}{(\xi\sin\theta)^2}\,d\theta\,dk.$$

$$F_{11}(k_1)=\frac{1}{2}\int_{k_1}^{\infty}\left(1-\frac{k_1^2}{k^2}\right)\frac{E(k)}{k}dk,$$

$$F_{22}(k_1)=\frac{1}{4}\int_{k_1}^{\infty}\left(1+\frac{k_1^2}{k^2}\right)\frac{E(k)}{k}dk,$$

$$\xi=l_2\sqrt{k^2-k_1^2}/2$$

4. 図は特に，応答距離L，寸法l_1, l_2の測器で測定してえられる主流方向の速度変動のスペクトル $\tilde{F}_{11}(k_1)$ と，乱流場(1)のそれ，$F_{11}(k_1)$ の関係を示すものである。 ここで，市販のT社及びS社の2つのプロペラ式流速計によって平均流速$\bar{u}$=100cm/secの流れにおいて，主流方向のスペクトルを測定する場合を考えてみる。 測器特性は，

	T社	S社
l_1	3.3 cm	0.3 cm
l_2	13.	1.5
L	11.	0.75

例えば，$\tilde{F}_{11}/F_{11}$ が80%となる周波数(Hz)は図から l_1, l_2, L に対して次となる。

	l_1	l_2	L
T	7.7 Hz	1.1 Hz	0.72 Hz
S	85.	9.6	11.

両者とも，時定数の影響と流速計の直径の影響は良く調和しており，いたずらに時定数のみよくしても無意味なことがわかる。