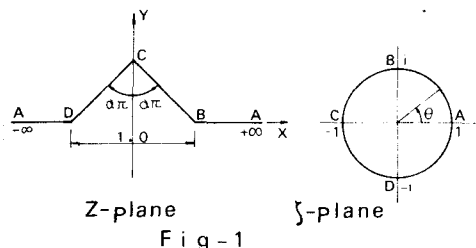


名古屋工業大学 正員 長谷部 宣男

まえがき 本論文は、三角形突起を有する半無限板を平面弾性問題として応力解析したもので、特に応力計算においては対称軸上および境界線に沿う応力分布を求めた。突起を有する半無限板の応力解析については、双曲線座標を用いて円弧状の突起の場合が鶴戸口氏¹⁾により、またNeuber²⁾の本には、曲線座標を用いた突起の場合が載っているが、その他には余り見当たらないようである。

平面弾性問題として解析しようとする領域は有理関数により単位円に等角写像される場合には、Fredholmの積分方程式を解くことなく閉じた解が得られるので、Schwarz-Christoffelの変換公式により、三角形突起を有する半無限平面を単位円に等角写像する関数を作り、この関数をもとにして分数式の形の有理型の近似写像関数を作り、この写像関数を用いてMuskhelishviliの方法により応力解析したものである。

写像関数 図-1に示す三角形突起を有する半無限領域を単位円に等角写像する関数は、Schwarz-Christoffelの変換により



$$Z = iK \int \frac{(1+\zeta)^{0.5-\alpha}}{(1-\zeta)^2(1+\zeta)^{1-2\alpha}} d\zeta \quad (1)$$

と表わされる。ここに α は、頂点の角度を表わすパラメーターであり、 K は $\overline{BD}$ 間の距離が1.0になるように決める。として以後図形の寸法の基準はすべてこの距離とする。

式(1)は、 $\zeta = 1$ および -1 の近傍でその収束が遅いため、

$$Z = iK \frac{2^{0.5-\alpha}}{1-\zeta} + \frac{iK}{\alpha 2^{2\alpha+\alpha}} (1+\zeta)^{2\alpha} + iK \left\{ \frac{(1+\zeta)^{0.5-\alpha}}{(1-\zeta)^2(1+\zeta)^{1-2\alpha}} - \frac{2^{0.5-\alpha}}{(1-\zeta)^2} - \frac{2^{-1.5-\alpha}}{(1+\zeta)^{1-2\alpha}} \right\} d\zeta \quad (2)$$

と変形し、これらのオ2, 3項の各々に対して分数式の形の有理型写像関数を作ろうとするもので、次に式(2)オ2項に対する分数式の作り方を説明する。オ2項をべき級数に展開すると、

$$(1+\zeta)^{2\alpha} = 1 + \frac{2\alpha}{1!} \zeta + \frac{2\alpha(2\alpha-1)}{2!} \zeta^2 + \dots = \sum_{m=0}^{\infty} a_m \zeta^m \quad (3)$$

これに対して求めようとする有理型写像関数を分数式の和の形で、

$$\sum_{j=1}^N \frac{A_j}{1-\theta_j \zeta} = \sum_{j=1}^N (A_j + A_j \theta_j \zeta + A_j \theta_j^2 \zeta^2 + \dots) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{j=1}^N A_j \theta_j^m \zeta^m \quad (4)$$

とおく。ここで N は分数式の個数である。そして式(3)と式(4)とが近似的に等しくなるように式(4)の各々 N 個の未定数 A_j, θ_j を決めようとするもので、その式は、

$$\sum_{j=1}^N A_j \theta_j^m = a_m \quad (5)$$

である。本論文では、頂点の隅角 $2\alpha = 90^\circ$ の場合において、式(5)における a_m を $m=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 2 \times 8, 3 \times 8, 4 \times 8, 5 \times 8, 2 \times 8^2, 3 \times 8^2, 4 \times 8^2, 5 \times 8^2, 2 \times 8^3, 3 \times 8^3, 4 \times 8^3, 5 \times 8^3$ の20個選んで分数式を作った。

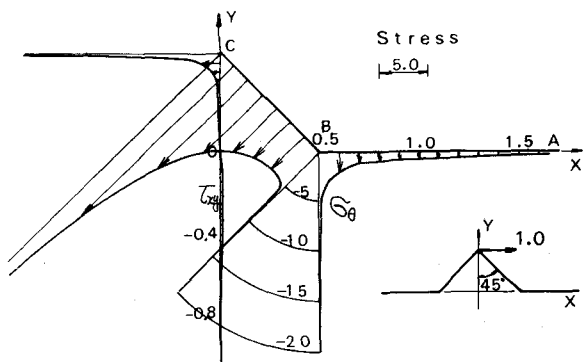


Fig - 2

式(2)オ3項の分数式の作り方も同じであるが、この場合は、べき級数の収束が不規則であるため5の1乗の項から5の28乗の項まで分数式のべき級数の項が一致するように求めた。

こうして求めた有理型写像関数の表す座標、およびその点での曲率半径が表-1に載っている。またB点での曲率半径は、真の値なら0であるが、 -0.32×10^{-2} 、C点では 0.95×10^{-2} であり、X軸に沿う直線の誤差は、 10^{-5} 以下できわめて小さい。

計算結果 頂点Cの角度 $2\alpha = 90^\circ$ の三角形突起と有する半無限板の頂点Cに水平な集中荷重1.0が作用した場合の境界線CBAに沿う線応力 G_θ (境界線CDAの G_θ はその符号と反対にしたもの) および対称軸上の G_y (当然のことながら $G_x = G_y = 0$) の応力と計算し、その分布を図示したのが図-2、またその値を表-1に示す。隅角部B点でかなりの応力集中が生じているが、少し離れると急激に減少することが判る。またBC間には、比較的大きな圧縮応力が生じている。対称軸上の G_y の値は、頂点Cの附近を除いて小さい。

図-3には、一様な大きさ1.0でX軸方向に引張った場合の線応力および、対称軸上の G_θ の分布を示す。表-1にはこれらの値と対称軸上の G_y の値を示す。頂点Cが真の角点ならば、 $G_x = G_\theta = 0$ であるが、境界に小さな丸味が付いているため、0になっていない。またCより少し離れたところでも小さいけれども圧縮応力が生じている。B点では、かなりの応力集中が生じているが、B点より少し離れると急激に減少している。

【参考文献】

- 1) 稿戸口英善 日本機械学会論文集 16巻55号 昭和25年
- 2) H. Neuber "Kerbspannungslehre" Belrim 1937 P65

Table-1

座標	座標	1.0 ≡ 1.0		1.0
		G_x	G_y	
対称軸上の応力				
$x = -1.0$	0.0	0.49609	0.0002	0.0
-0.999	*	0.46281	-0.001	-0.00002
-0.99	*	0.44584	-0.012	0.004
-0.9	*	0.32493	0.014	0.019
-0.75	*	0.21137	0.156	0.002
-0.6	*	0.11742	0.329	-0.035
-0.5	*	0.05722	0.450	-0.063
-0.2	*	-0.13551	0.772	-0.127
0.1	*	-0.39342	0.951	-0.110
0.4	*	-0.84976	0.997	-0.048
0.6	*	-1.50161	1.000	-0.018
0.8	*	-3.42125	1.000	-0.004
境界線に沿う応力		G_θ	G_θ	
$\theta = 75^\circ$	0.0	0.49609	0.95 $\times 10^{-2}$	0.0002
3.14	0.01516	0.46465	0.11 $\times 10^{-2}$	0.0001
3.05	0.11542	0.38416	-0.89 $\times 10^{-2}$	-0.058
2.80	0.23363	0.27630	0.98 $\times 10^{-2}$	-0.046
2.60	0.28302	0.21689	-0.24 $\times 10^{-2}$	0.020
2.00	0.42227	0.07764	0.19 $\times 10^{-2}$	0.429
1.65	0.48947	0.01045	-0.67 $\times 10^{-2}$	1.438
1.59	0.49802	0.00118	-0.33 $\times 10^{-2}$	3.206
1.52	0.49406	0.00080	-0.57 $\times 10^{-2}$	4.873
1.5	0.50000	0.00023	-0.32 $\times 10^{-2}$	6.140
1.46	0.50130	-0.00004	-0.80 $\times 10^{-2}$	4.656
1.2	0.51357	0.00001	0.50 $\times 10^{-2}$	1.903
1.0	0.75225	0.00000	0.22 $\times 10^{-2}$	1.105
0.7	3.81000	*	0.18 $\times 10^{-2}$	1.003
0.27	10.89358	*	0.71 $\times 10^{-2}$	1.000
0.04	19.06507	*	0.64 $\times 10^{-2}$	1.000

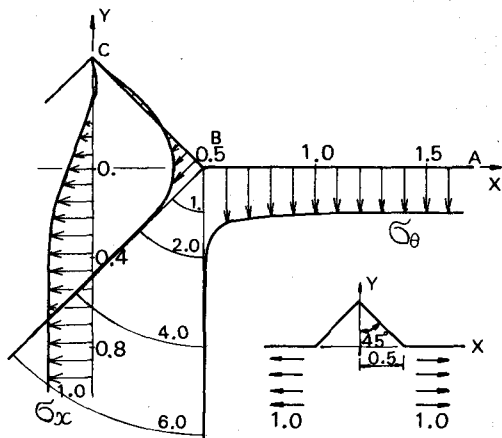


Fig - 3