

信州大学 正会員 吉田俊弘

○ 単問考案

野村文主

1. まえがき 近年、動的設計の必要性から、構造物の弾塑性域での復元力特性など、いわゆる繰返し荷重をうける構造物の非弾性挙動に関する研究が盛に行なわれている。筆者らもまた、この問題について独自の解析を試み、一応の結果を得た。本文はその中間報告である。

いま、ある断面がある任意な履歴のもとに、軸力 P_* 、曲げモーメント M_* 、曲率 ϕ_* 、ひずみ分布 ε_* 、垂直応力度分布 σ_y の状態でつり合っているものとする。つぎにこの状態から再負荷または除荷した軸力と曲げモーメントを P' 、 M' とし、これにともなう曲率、ひずみ分布、垂直応力度分布の変化を、 ϕ' 、 ε' 、 σ_y' とし、 $p=P_*/P$ 、 $m=M_*/M$ 、 $\varphi=\phi_*/\phi$ 、 $\alpha=\varepsilon_*/\varepsilon_y$ とおくと、再負荷または除荷後では

$$p=P_*/P, \quad m=M_*/M, \quad \varphi=\phi_*/\phi, \quad \alpha=\varepsilon_*/\varepsilon_y, \quad \sigma_y=\sigma_*/\sigma_y + \sigma'/\sigma_y \quad (1)$$

となる。履歴をうけない処女材に対しては * 印を附した値とともに 0 とおけばよい。

2. 再負荷または除荷時の応力・ひずみ関係 図-1 に示すような軸対称断面の高さ h を $(2n+1)$ 等分した i 番目の要素の履歴応力と履歴ひずみを σ_{ei} 、 ε_{ei} とし、記述を簡単にするため、ここでは、材料の応力・ひずみ関係を完全弾塑性材料と仮定すると、図-2 に示すように再負荷または除荷 (以下単に除荷とよぶことにする) 時における応力・ひずみ関係は原点 O を O' に座標移動した図-3 の応力・ひずみ関係を有するものとして取り扱うことができる。ここに

$$\sigma_{ei}/\sigma_y = 1 - (\sigma_{ei}/\sigma_y), \quad \alpha_{ei} = 1 - (\varepsilon_{ei}/\varepsilon_y), \quad \sigma'_{ei}/\sigma_y = 1 + (\sigma_{ei}/\sigma_y), \quad \alpha'_{ei} = 1 + (\varepsilon_{ei}/\varepsilon_y) \quad (2)$$

である。図-3 より要素 i の除荷時の応力・ひずみ関係は圧縮を正として

$$\left. \begin{array}{ll} \text{i) 弾性域 } (-\alpha_{ei} \leq \alpha'_{ei} \leq \alpha_{ei}) : & \sigma'_{ei}/\sigma_y = \alpha'_{ei} \\ \text{ii) 塑性域 圧縮 } (\alpha'_{ei} > \alpha_{ei}) : & \sigma'_{ei}/\sigma_y = \sigma_{ei}/\sigma_y \\ \text{引張 } (\alpha'_{ei} < -\alpha_{ei}) : & \sigma'_{ei}/\sigma_y = -\sigma_{ei}/\sigma_y \end{array} \right\} \quad (3)$$

となる。すなわち、履歴の影響によって、あたかも圧縮時と引張時で降伏応力度の異なる材料とみなして取り扱えばよいことがわかる。

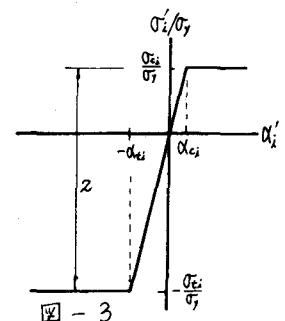
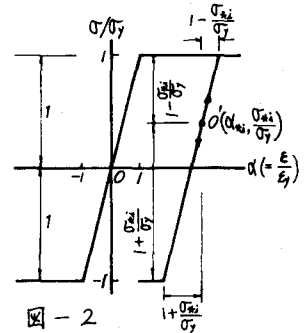
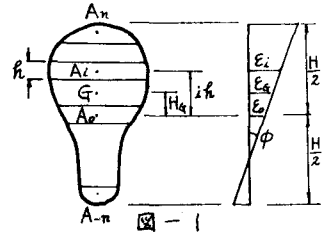
3. 除荷時の曲げモーメント・軸力・曲率関係 いま、部材の断面積を A 、要素 i の断面積を A_i とし、 $a_i = A_i/A$ 、 $\beta = \sum_{i=1}^n a_i i = H_0/h$ とおくと、除荷ひずみ ε' の分布は平面保持の仮定より

$$\varepsilon'_i = \varepsilon'_0 + \phi' i h, \quad \varepsilon'_0 = \varepsilon'_0 + \phi' H_0 = \varepsilon'_0 + \beta h \phi'$$

となる。上式を ε_y で無次元化すると、

$$\alpha'_i = \alpha'_0 + \mu \varphi' i, \quad \alpha'_0 = \alpha'_0 + \mu \beta \varphi' \quad (4)$$

ここに、 $\mu = \phi_y h / \varepsilon_y = h / (h/2 + H_0) = 1 / (n + 0.5 + |\beta|)$ である。



軸力は図心Gに作用しているものとする。除荷時のつり合い条件式は

$$p' = \sum_{i=1}^n a_i \frac{\sigma_i'}{\sigma_y}, \quad m' = \gamma(-\beta p' + \sum_{i=1}^n a_i \frac{\sigma_i'}{\sigma_y} i) \quad (5)$$

によって与えられる。ここに、 $\gamma = R/s$, $s = W/A$, W = 弾性断面係数である。式(3), (4)を式(5)へ代入し、

- $\alpha_{ei} \leq \alpha_i' \leq \alpha_{ci}$ を満足する要素の a_i の和 = 弾性部分の面積に関する無次元量 = A_e ,
 - $\alpha_{ei} \leq \alpha_i' \leq \alpha_{ci}$ を満足する要素の $a_i i$ の和 = 弾性部分の一次モーメントに関する無次元量 = G_e ,
 - $\alpha_{ei} \leq \alpha_i' \leq \alpha_{ci}$ を満足する要素の $a_i i^2$ の和 = 弾性部分の二次モーメントに関する無次元量 = I_e ,
 ($\alpha_i' > \alpha_{ci}$ を満足する要素の $a_i \frac{\sigma_i'}{\sigma_y}$) - ($\alpha_i' < -\alpha_{ei}$ を満足する要素の $a_i \frac{\sigma_i'}{\sigma_y}$) = 塑性部分の合力の無次元量 = c
 ($\alpha_i' > \alpha_{ci}$ を満足する要素の $a_i \frac{\sigma_i'}{\sigma_y} i$) - ($\alpha_i' < -\alpha_{ei}$ を満足する要素 $a_i \frac{\sigma_i'}{\sigma_y} i$) = 塑性部分のモーメントの無次元量 = d
 とおくと、次の連立方程式を得る。

$$A_e \alpha_0' + \mu G_e \varphi' = p' - c, \quad \gamma G_e \alpha_0' + \gamma \mu I_e \varphi' = m' + \gamma \beta p' - \gamma d \quad (6)$$

上式を α_0' , φ' について解くと、($A_1, B_1, C_1, A_2, B_2, C_2$ については記述を省略する。)

$$\alpha_0' = A_1 p' + B_1 m' + C_1, \quad \varphi' = A_2 p' + B_2 m' + C_2 \quad (7)$$

を得る。式(7)は除荷時のM-P- ϕ 関係を与える式である。もし、全要素が弾性 ($\alpha_{ei} \leq \alpha_i' \leq \alpha_{ci}$) であれば $\alpha_0' = p' - \mu \beta m'$, $\varphi' = m'$ 。 (8)

4. 除荷弾性域 除荷時1全要素が弾性であれば式(8)が成立する。したがって、除荷時の弾性条件 $-\alpha_{ei} \leq \alpha_i' \leq \alpha_{ci}$ と式(2), (4), (8)より

$$-(1 + \frac{\sigma_{xi}}{\sigma_y}) \leq p' + \mu(i - \beta) m' \leq 1 - \frac{\sigma_{xi}}{\sigma_y}$$

を得る。いま、 p' , m' の下限値と上限値を p'_0, m'_0, p'_1, m'_1 とすると、

$$p'_0 + \mu(i - \beta) m'_0 + (1 + \frac{\sigma_{xi}}{\sigma_y}) = 0, \quad p'_1 + \mu(i - \beta) m'_1 - (1 - \frac{\sigma_{xi}}{\sigma_y}) = 0 \quad (9)$$

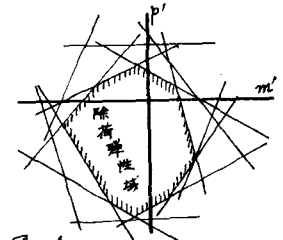


図-4

を得る。 μ, β は断面の形状によって定まる定数である。式(9)の関係を全要素について図示すると、 $p'_0 \leq p' \leq p'_1, m'_0 \leq m' \leq m'_1$ を満足する領域(除荷弾性域)は図-4の凸多角形となる。ただし p', m' は再負荷を正とする。除荷弾性域を示す2, 3の例を対称断面について求めたものが図-5である。

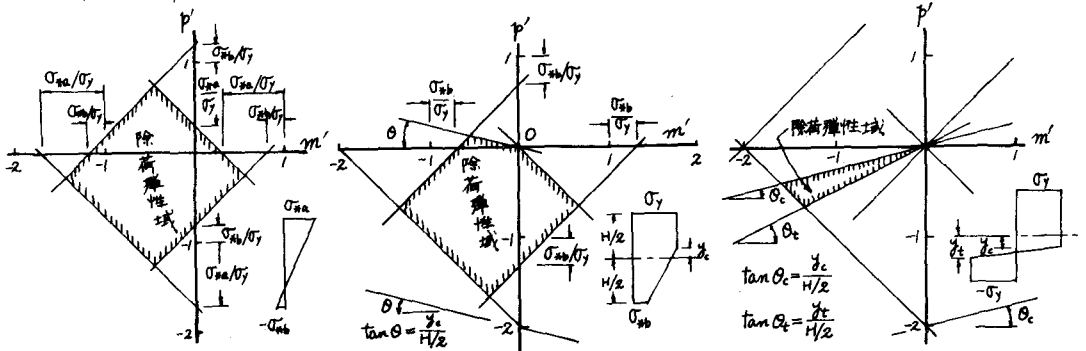


図-5 層圧荷重による各種応力分布状態に対する除荷弾性域

5. まとめ 以上、主として、再負荷または除荷時のM-P- ϕ 関係と、除荷弾性域について記したが、これをもとに部材の荷重・変形関係を求めることができる。また、本報告では、ひずみ硬化域を考慮しなかったが、同様な方法で、この影響を考慮して解析することも可能である。さらに、断面を x, y 2方向に分割することによって、初期の残留応力を考慮することもできる。