

テーパーのついているアーチの塑性崩壊荷重の算定

名古屋工業大学 正員 松浦 聖
○大学院 森 賢治

走文がき 支承構造は固定のいわゆるバスケットハンドル型式のアーチに、等分布荷重が、鉛直下向きに加えられると、かくアーチの崩壊荷重を、とくにテーパーの角度との変化による影響に着目して、解析的に求めた。解析の便宜から、その主構は叫弧アーチで、また完全剛塑性体から構成され、その断面も一様な長方形断面と考えている。崩壊荷重の算定には、降伏開節を想定して、いわゆる仮想仕事の原理を用いて、その上界を求める。また、とくに断面力として、軸力、ねじりモーメント、面内曲げモーメントおよび面外曲げモーメントの4つを考え、したがって4次元降伏多面体なる概念を考慮して算定している。

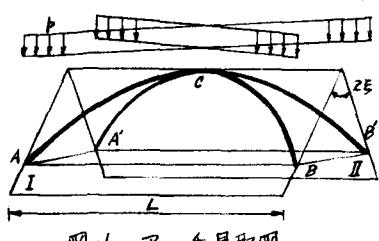


図-1 アーチ見取図

1 崩壊構造および幾何学的変形条件式

(1) 断面力変位の記号および符号 解析に考慮する断面力は図-2に示すものとし、崩壊構構における各開節でのそれらの断面力に対応する変位は、つきのように考

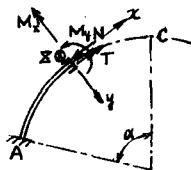


図-2 断面力(面I)

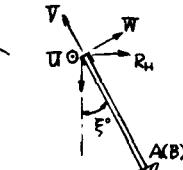


図-3 变位

えろ。面内曲げモーメントおよびそれに応する回転角は $M_y \theta$ 、面外曲げモーメントおよび回転角は M_z 、軸力および柱軸方向変位は N, U 、さらにねじりモーメントおよびねじれ角は T, φ とする。つぎに崩壊構構における変位とし、図-3のよう U, V, W, R_H および R_H を考える。

(2) 崩壊構構 構造物が対称で、さらに負載される荷重も対称であるから、図-4に示すような支点、頂点およびその中间点に塑性ヒンジが発生して対称形に塑性崩壊する構構が考えられよう。

(3) アーチの幾何学的変形条件 各塑性ヒンジにおいて許される部分的微小位運動によると、ヒンジ3に生ずる変形は幾何学的に決定される。

$$U_3 = \theta_3 (1 - \cos \alpha) + \theta_2 (1 - \cos \beta) + \Delta_1 \cos \alpha + \Delta_2 \cos \beta + \Delta_3 / 2 \quad (1)$$

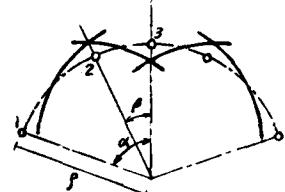
$$V_3 = \theta_3 (\theta_1 \sin \alpha + \theta_2 \sin \beta) - \Delta_1 \sin \alpha - \Delta_2 \sin \beta, \quad W_3 = -\theta_3 [(\theta_1 (1 - \cos \alpha) + \theta_2 (1 - \cos \beta) + \phi_1 \sin \alpha + \phi_2 \sin \beta)] \quad (1)$$

さらに頂点の変位 R_{AB}, R_{BC} は、式(1)に対しつきのよう勾連係がある。

$$R_{AB} = W_3 \cos \beta - T_3 \sin \beta, \quad R_{BC} = -W_3 \sin \beta - T_3 \cos \beta \quad (2)$$

ここで、 w_i はアーチ面内で考えた水平軸まわりの回転角、 w'_i はアーチ面内で考えた鉛直軸まわりの回転角。

2 崩壊荷重の算定 アーチの崩壊荷重は仮想仕事の原理を用いて、その(この場合図-5に示す長方形断面)上界が算定できる。さあこで式(4)に示す一般化された応力 $M_y \equiv M_y / M_{y0}$, $n \equiv N / N_0$, $m_z \equiv M_z / M_{z0}$, $t \equiv T / T_0$ ……(4) を考え、それなり M_y, t, n に対応するつきの式(5)に示すヒンジ入力および θ を導入して計算を進めることとする。 $(M_0, T_0, \text{および } N_0)$ は各降伏モーメントおよび降伏力)

図-4 アーチ崩壊構構
(降伏開節の位置)

$$\lambda_i = \frac{N_0}{M_{0y}} \Delta_i, \quad \Delta_i = \frac{M_{0y}}{N_0} \lambda_i = 2L h \lambda_i; \quad \varphi_i = \frac{M_{0y}}{M_{0x}} \psi_i = K \psi_i; \quad \psi_i = \frac{T_0}{M_{0x}} \varphi_i = K \varphi_i; \quad \varphi_i = \frac{M_{0y}}{T_0} \psi_i = 8 \varphi_i \dots (5)$$

$$z \leq L, \quad h = H/4L, \quad K = H/B = H/L \cdot L/B, \quad g = 3K^2/3K-1 \dots (6) \quad \text{また, 内部仕事 } W_i \text{ は式(7)で算定される。}$$

$$W_i = M_{0y} [4(M_{y1}\theta_1 + M_{x1}\varphi_1 + n\lambda_1 + t_1\psi_1) + 4(M_{y2}\theta_2 + M_{x2}\varphi_2 + n\lambda_2 + t_2\psi_2) + 2(M_{y3}\theta_3 + M_{x3}\varphi_3 + n\lambda_3 + t_3\psi_3)] \dots (7)$$

一方また負載される等分布荷重の烈度を ρ とすると、外部仕事 W_e はつきの式(8)で算定される。

$$W_e = 2\rho^2 [-\theta_1 \sin \alpha \cos \beta + K \varphi_1 \sin \alpha \{\sin(\alpha - \beta) + \sin \beta\} \sin \beta + \frac{2Lh}{\rho} \lambda_1 \cos \beta \sin \alpha (\sin \alpha + \sin \beta) - \theta_2 \sin \beta \cos \beta + K \varphi_2 \sin^2 \beta \sin \beta + \frac{4Lh}{\rho} \lambda_2 \sin^2 \beta \cos \beta] \dots (8)$$

より、仮想仕事の原理により、式(7)と式(8)から崩壊荷重 P が算定される。ここで $\theta_i, \varphi_i, \lambda_i$ および ψ_i の間に降伏条件を満足し、さらに塑性の応力ひずみ法則を含む塑性流動の法則式(9)を考慮する必要がある。

$$\theta_i = \mu_i \frac{\partial \varphi}{\partial M_{iy}}, \quad \varphi_i = \mu_i \frac{\partial \varphi}{\partial M_{ix}}, \quad \lambda_i = \mu_i \frac{\partial \varphi}{\partial t_i}, \quad \psi_i = \mu_i \frac{\partial \varphi}{\partial t_i} \dots (9)$$

ここに、 μ_i は降伏係数、 μ_i は正のスカラー量である。結局、崩壊荷重は式(3)と式(9)の関係を考慮して計算すればよい。

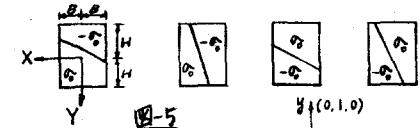


図-5

3 降伏条件、降伏係数 M_x, M_y, n および土の断面力 4 つを考慮すると、

降伏条件は図-5に対しきつつきの式(10)のように求められる。

$$\begin{aligned} 5-a, \quad M_y \sqrt{1-t^2} + \frac{3}{4} M_x^2 + n^2 + t^2 &= 1; \\ 5-b, \quad \frac{3}{4} M_y^2 + M_x \sqrt{1-t^2} + n^2 + t^2 &= 1 \\ 5-c, \quad -M_y \sqrt{1-t^2} + \frac{3}{4} M_x^2 + n^2 + t^2 &= 1; \\ 5-d, \quad \frac{3}{4} M_y^2 - M_x \sqrt{1-t^2} + n^2 + t^2 &= 1 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} (10)$$

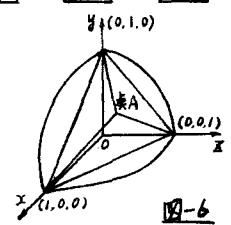


図-6

4 4次元降伏多面体 (1) 降伏条件の多面体近似 問題を解くのは降伏条件式(10)を折平面近似で置き換えると便利である。さて 2 次元。降伏曲線は円 $(1=3$ 次元の降伏曲面は球に近いことより、4 次元の降伏曲面は $x^2+y^2+z^2+w^2=1$ を満足する、いわゆる 4 次元の球に近いと類推できよう。そぞぞ、さらにその球に内接する近似多面体を近似降伏多面体であるとす考えよこととする。レギオノミー限に例をとり、3 次元でいえば図-6 のように其中の A 面と各軸の頂点とをそれと結んでできる平面(1 象限 = 3 平面)からなる 24 面体を、4 次元ではこの A 面に対応して A' 面 ($x=y=z=w$ の面), $(05, 05, 05, 05$ の面) と 4 つの各軸の頂点とを結んでできる、いわゆる超平面よりなる 64 面体(1 象限 = 4 平面 $\times 16$ 象限)を考慮することとする。

(2) 近似降伏多面体の方程式 (1) では 4 次元の球に内接する多面体について考察したが、いす論じている問題の近似降伏多面体の方程式は、実際球に内接するのではなく球に近いと考えるべきだから、A' 面として式(10)より降伏曲面上の点を求めて補正をすれば、降伏曲面に対する近似降伏多面体の 64 個の超平面の方程式が得られる。

5 数値計算 数値計算をする場合、塑性ヒンジが降伏多面体上のどこにかかるか、さらにはヒンジ 2 の位置(β は未定)はどこかを定め、最も上界となる曲面は近似崩壊荷重は電子計算機を使、多くの試算により決定する。無次元化した崩壊荷重 $F \equiv PL^2/M_{0y}$ とすると、この F に影響を与える独立変数は $t/L, H/L, B/L$ およびの 4 つである。計算の結果からは、ライス比 t/L の減少に伴い、また $H/L, B/L$ の増大に伴い、 F 、データの周波数 ω が増大すれば、崩壊荷重は減少傾向にある。

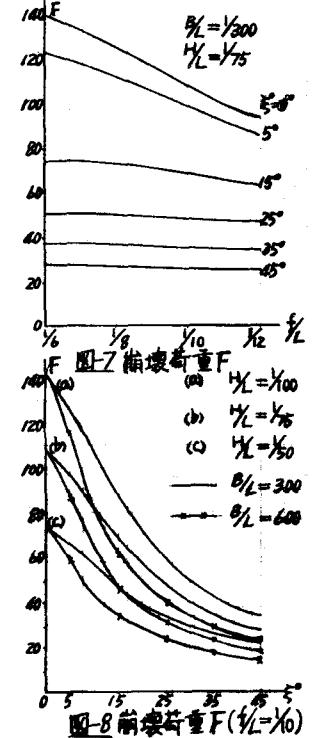


図-7 崩壊荷重 F