

「まえがき」パイプを構造用材料として接合する際に、その接合部に応力集中が起る。本論文では図-1に示すような、剛体パイプⅡに斜交しているパイプⅠの接合部付近の応力を解析したもので継手部分における補強工法の1資料となることを期待したものである。

「円筒殻の一般論」円筒殻を解くに当り、曲面板の弾性力学で行われている微小変形理論における仮定⁽¹⁾を適用している。単位長さ当たりの各断面力および変位の記号は図-2に示してある。各断面力をフックの法則とひずみの変位表示を用いて表わす。

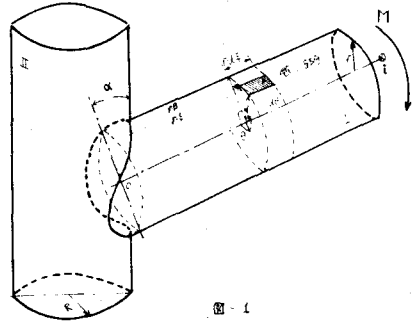


図-1

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= K[d_1 u + r(d_2 v - w) + a d_1^2 w] & T_2 &= K[d_2 v - w + r d_1 u - a^2(d_2^2 w + w)] \\ S_1 &= K \frac{1-\sigma}{2} [(d_1 v + d_2 u + a^2 d_1(d_2 w + v))] & S_2 &= -K \frac{1-\sigma}{2} [d_1 v + r d_1 u - a^2(d_2^2 w - d_2 u)] \\ G_1/r &= -K a^2 [d_1^2 w + r d_1(d_2 w + v) + d_1 u] & G_2/r &= -K a^2 [d_2^2 w + r d_2^2 w + w] \\ H_1/r &= K a^2 (1-\sigma) d_1(d_2 w + v) & H_2/r &= -K (1-\sigma) a^2 [d_1 d_2 w + \frac{d_1 v}{2} - \frac{d_2 u}{2}] \\ N_1 &= (d_1 G_1 + d_2 H_2)/r & N_2 &= d_1(-H_1 + G_1)/r \end{aligned} \right\} (1)$$

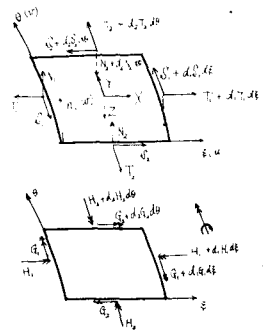


図-2 断面力および変位

ここに $d_1 = \frac{\partial}{\partial x}$, $d_2 = \frac{\partial}{\partial \theta}$, $K = 2Eh/(1-\sigma^2)r$, $a^2 = h^2/3r^2$

E : ヤング係数, σ : ポアソン比, r : パイプⅠの半径, $2h$: パイプⅠの厚さ

表面荷重のない場合。図-1の微小部分 $r d\theta \times r d\theta$ のつりあい方程式は⁽²⁾

$$D \sum_{m=0}^{\infty} \Xi_m = 0 \quad (2)$$

ここに微分演算子 D は次式で表わされる。

$$D = \begin{pmatrix} \Delta U_1, \Delta U_2, \Delta U_3 \\ \Delta U_1, \Delta U_2, \Delta U_3 \\ \Delta U_1, \Delta U_2, \Delta U_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta U_1 = d_1^2 + \frac{1-\sigma}{2}(1+a^2)d_1^2 & \Delta U_2 = \frac{1-\sigma}{2}(1+3a^2)d_1^2 + d_2^2 & \Delta U_3 = \Delta U_1 \\ \Delta U_2 = \frac{1+\sigma}{2}d_1 d_2 & \Delta U_2 = -d_2 + a^2 \frac{3-\sigma}{2}d_1^2 d_2 & \Delta U_3 = \Delta U_1 \\ \Delta U_3 = -\sigma d_1 + a^2(d_1^3 - \frac{1-\sigma}{2}d_1 d_2^2) & \Delta U_3 = 1 + a^2(d_1^4 + 2d_1^2 d_2^2 + d_2^4 + 2d_2^2 + 1) & \Delta U_3 = \Delta U_2 \end{pmatrix} (3)$$

(2)式を満足する解は。

$$\Xi_m = \sum_{j=1}^2 \{ e^{p_j \xi} (C_{1j} \sin g_j \xi + C_{2j} \cos g_j \xi) + e^{-p_j \xi} (C_{3j} \sin g_j \xi + C_{4j} \cos g_j \xi) \} \cos m\theta \quad (4)$$

(4)式の C_{ij} ($i=1,4, j=1,2$) は積分定数であり1つの m に対して一般に8個定まる。また p_j, g_j は。

$$(1+2a^2)k^2 - \{ (4m^2 - 2\sigma) + \frac{(1-\sigma)}{2} m^2 - 6\sigma \} a^2 \} k^4 + \left[\frac{1-\sigma}{2} + (6m^4 - 6m^2 + 4 - 3\sigma^2) + 3\{(2-\sigma)m^2 - (2-\sigma-\sigma^2)m^2 + 1\} a^2 \right] k^4 + m^2(m^2-1) \{ 2(-2m^2+2-\sigma) - \frac{1}{2}(7-3\sigma)m^2 - 7(4-\sigma) \} a^2 \} k^2 + m^4(m^2-1)^2(1+a^2) = 0 \quad (5)$$

(5)式の8根を $k = \pm p_j \pm i g_j$ ($j=1,2$) としたときの正の実数を表わす。(ここに i は $\sqrt{-1}$)。例式において $m=0,1$ のとき8根中の4根が0となり、それに対する Ξ_m を $\Xi_{0,1}$ と記すと。

$$\Xi_{0,1} = (B_0 + B_1 \xi + B_2 \xi^2 + B_3 \xi^3) \cos m\theta \quad (m=0,1) \quad (6)$$

が得られ、残り4根に対する解は(4)式の $j=1$ のときの解に対応している。かくして求めた関数。

$\Xi = \sum_{m=0}^{\infty} \Xi_m$ を用いて変位 u, v, w は次式のように表わされる。

$$u = 2D_{13} \sin / (1-\sigma), \quad v = 2D_{23} \sin / (1-\sigma), \quad w = 2D_{33} \sin / (1-\sigma) \quad (7)$$

(7)式における D_{13}, D_{23}, D_{33} は(3)式の $4u, 4v, 4w$ を元素とする小行列式は

「境界条件」図-1に示すように $\xi \rightarrow \infty$ で自由端に無次元化した曲げモーメント $\bar{M} = M/kr^2 = 1$ を作用させ、左端は接合線上で固定されているとして解いた。 $\xi \rightarrow \infty$ に対しては(4)式中発散項にかかる係数 G_2, G_3 を0と置き、 $m=1$ のとき(6)式を用いて T_1, G_1 が定数となる解を使って図-1の ξ 方向の曲げモーメント $\bar{M}=1$ となるように積分定数を決めた。

$$\bar{M}=1 = \int_{-\pi}^{\pi} (T_1 \cdot \frac{r}{r} \cos \theta - G_1 \cos \theta) r d\theta = 2B_2 [1 - \sigma^2 + (4 - 3\sigma^2)\alpha^2] \pi \quad (8)$$

$$B_3 = 0$$

かくして1つの m の値に対して $\xi \rightarrow \infty$ で4個の積分定数を定めたことになる。残り4個を接合線上で固定の条件で定める。図-1の ξ と β と接合線から軸方向にとった座標を β , 0点を通りパイ7°に垂直な断面上から軸方向に ξ 座標をとる。

$$\beta = 0 \quad (\xi = m_s); \quad u = v = w = dw/d\xi = 0 \quad (9)$$

$$\text{ここに } \xi = \beta + m_s, \quad m_s = v \left\{ \mu \cos \theta + \frac{1}{a_0} (1 - a_0^2 \sin^2 \theta - 1) \right\}$$

$$a_0 = r/R, \quad \mu = \sin \alpha, \quad v = 1/\cos \alpha$$

実際には接合線上の n 点で(9)式が満足されるように条件を与え、4 n の積分定数を定める選点法を用いた。従って至は $\cos m\theta$ の項で展開した $m=n-1$ 項までの近似解として求まる。

「計算例および考察」

実計算に当っては、 $r/R=0.1$,

$k/r=1/20$ の場合につき $\alpha=0^\circ, 5^\circ, 10^\circ$ を計算し、選点はそれぞれ3,

7, 9点を等間隔にとった。 $\alpha=0^\circ$

のときの選点が7点と、10点で

の結果を比較したところ、接合

$\alpha=0^\circ$	$T_1 \times 10^{-1}$		$-G_1/a^2 \times 1$	
	$\theta=0^\circ$	$\theta=\pi$	$\theta=0^\circ$	$\theta=\pi$
0	0.0	0.0	0.8998	3.4250
1	3.1707	-3.0995	1.4979	-10.0364
2	0.1717	0.1167	0.8307	4.0684
3	0.0493	-0.0081	0.2835	-1.7561
4	0.0037	-0.0457	0.0726	0.8166
5	-0.0012	0.0445	0.0208	-0.4343
6	-0.0012	-0.0329	0.0062	0.2281
7	-0.0009	0.0193	0.0021	-0.1164
8	-0.0003	-0.0069	0.0006	0.0405
計	3.3918	-3.0126	3.6142	-3.7646

表-1 $T_1/kr, G_1/kr^2$ の展開項

線上の断面力 T_1, G_1 の相対誤差はそれぞれ 3.39×10^{-4} 、 9.36×10^{-4} となり、 $\cos m\theta$ で展開した各項の収束状況は、表-1に示してある。

図-3, 4は各断面力を、図-5は上端の接合点 ($\beta=0, \theta=0$) での上縁、下縁の引張り応力を t_1, t_2 から求めたもので全て無次元化した数値を表わしている。接合線上において α が 10° と 0° のときの t_1 の比は1.023, t_2 の比は1.200で著しい差はなかった。

以上、文献(1) W. Flugge; 曲面板の力学 (2) GOL'DENVEIZER; Theory of Elastic Thin Shells. (3) 輪瀬建夫 S.45機研工論文(欧)円管部材の補剛継手付近における応力及び変形に関する殻体力学的研究

(4) 荒井利一郎; 土木学会論文集第84号。

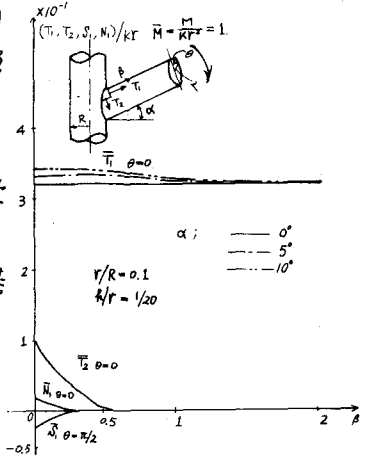


図-3 断面力 $(T_1, G_1, N_1)/kr$

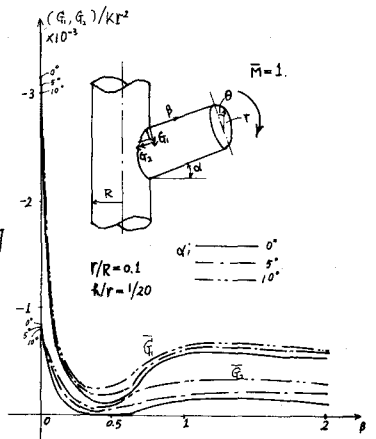


図-4 断面力 $(G_1, G_2)/kr^2$

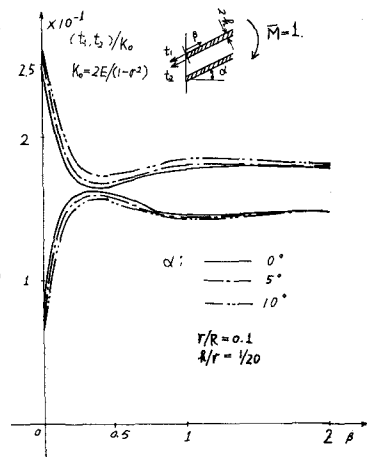


図-5 縁応力 $(t_1, t_2)/k_0$