

名古屋工業大学 正員 荒井利一郎

中部電力

○加藤文夫

まえがき、本論文においては、薄肉シエルの1つの継手たる、図-1に示すような、パイプとコーン形パイプとの接合からできた構造において、コーンの上部端に偶力が作用した場合に關して、応力および変位の1つの解析方法について考察する。ここにパイプの半径 a とコーン形パイプの接合部における半径 r との比は $1/2$ 以下であるとす。このときには、接合曲線を平面曲線に近似できるとする。

計算方法、コーン形パイプの上部端には剛な、そして自由に

剛体運動できるダイヤフラムがついておるものとし、

またパイプの両端はヒンジ支承であると仮定する。

内座、および内筒に対する座標を図-1に示すように

選べば、内座面上の任意の点は次のベクトル式で表わされる。

$$M = (x-a)\cos\theta_0 \hat{e}_2 + x\sin\theta_0 \sin\theta_3 \hat{e}_3 + x\sin\theta_0 \cos\theta_3 \hat{e}_2, \text{ここに } \theta_0 \text{ は扇角の半分である。}$$

コーン形パイプに対する膜理論における基礎方程式は次のようになる。

つり合い式：—

$$\frac{\partial}{\partial \alpha}(BT_1) + \frac{\partial}{\partial \beta}(AT_2) + \frac{\partial}{\partial \gamma}(AT_3) - \frac{\partial}{\partial \alpha}T_2 = 0; \quad \frac{\partial}{\partial \alpha}(BT_2) - \frac{\partial}{\partial \beta}T_1 + \frac{\partial}{\partial \gamma}(AT_2) + \frac{\partial}{\partial \alpha}T_2 = 0; \quad \frac{T_1}{R_1} + \frac{T_2}{R_2} = 0; \quad (1)$$

幾何学方程式：—

$$\epsilon_1 = \frac{1}{A} \frac{\partial u}{\partial \alpha} + \frac{1}{AB} \frac{\partial v}{\partial \beta} - \frac{w}{R_1}; \quad \epsilon_2 = \frac{1}{B} \frac{\partial v}{\partial \beta} + \frac{1}{AB} \frac{\partial u}{\partial \alpha} - \frac{w}{R_2}; \quad \omega = \frac{A}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{u}{A} \right) + \frac{B}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{v}{B} \right); \quad (2)$$

応力歪関係式：—

$$\epsilon_1 = \frac{1}{2Eh} (T_1 - \alpha T_2); \quad \epsilon_2 = \frac{1}{2Eh} (T_2 - \alpha T_1); \quad \omega = \frac{1}{Eh} \tau_1; \quad \text{ここに } A = \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial \beta} \right)^2} = 1; \quad B = \sqrt{\left(\frac{\partial v}{\partial \alpha} \right)^2} = x \sin \theta_0. \quad (3)$$

これらの基礎式から応力、および変位は次のようになる。

$$T_1 = \frac{x^2}{\alpha \sin \theta_0} \left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{x_1} \right) \frac{d^2 t(\beta)}{d\beta^2} + \frac{\alpha}{\beta} \eta(\beta); \quad T_2 = 0; \quad \tau_1 = -\tau_2 = \frac{x_1^2}{x_1^2} t(\beta); \quad (4)$$

ここに $t(\beta)$ 、および $\eta(\beta)$ は積分関数である。

$$\left. \begin{aligned} 2Eh u_c &= \frac{d^2 t(\beta)}{d\beta^2} \left(\frac{1}{x_1^2} - \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{x_1} \log \frac{\alpha}{x_2} \right) + \eta \alpha \log \frac{\alpha}{x_2} + 2Eh \xi(\beta) \\ 2Eh v_c &= (1+\alpha) \left(\frac{x_1^2 \alpha}{\alpha^2} - \frac{x_1^2}{\alpha} \right) t(\beta) + \frac{x_1^2 \alpha}{\alpha \sin \theta_0} \frac{d^2 t(\beta)}{d\beta^2} \left(\frac{1}{\alpha \alpha_1} \log \frac{x_2}{\alpha} - \frac{1}{\alpha \alpha_1} + \frac{1}{x_1 \alpha_2} - \frac{1}{2x_1^2} - \frac{1}{2x_1^2} + \frac{1}{x_2} \right) + \frac{\alpha_1}{\alpha \sin \theta_0} \left(\log \frac{x}{\alpha_2} + 1 - \frac{x}{\alpha_2} \right) \frac{d\eta(\beta)}{d\beta} \\ &\quad + 2Eh \frac{\alpha}{\alpha \sin \theta_0} \left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\alpha_2} \right) \frac{d^2 t(\beta)}{d\beta^2} + 2Eh \frac{x}{\alpha_2} \eta(\beta) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ここに $\xi(\beta)$ 、 $\eta(\beta)$ は接合面における、コーン形パイプの歪曲、および接合線変位である。

また $\alpha = x_1$ なる断面における変位は、この断面の中心における直動、および回転をそれぞれ $u_0 = u_{00}$

$$\Omega_0 = b \theta_0 \text{ とすると、} \quad u_c \frac{M_0}{A} + v_c \frac{M_0}{B} - w_c R = -\Omega_0 \times M + U_0 \text{ となり、}$$

$$|u_c|_{\alpha=x_1} = (-b \theta_1 \cos \theta_0 + u_0) \sin \theta_0 \cos \beta; \quad |v_c|_{\alpha=x_1} = -u_0 \sin \beta \quad (6)$$

となる。(5)式(6)式から $t(\beta)$ 、および $\eta(\beta)$ を決定する。ここで未定係数 u_0 、および $b \theta_0$ はダイヤフラムのつり合い式、すなわち $\sum M_y = 0$ 、 $\sum Z = 0$ の2式から算出され得る。

いっぽう、パイプに対してはその変位を、両端の境界条件を満し、かつ構造物、および荷重の状態

を考慮して次式で表示する。

$$u = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos \frac{n\pi x}{l} \cos \psi; \quad v = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin \frac{n\pi x}{l} \sin \psi; \quad w = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin \frac{n\pi x}{l} \cos \psi; \quad (7)$$

ここにパイプの横断面形状の変形は、これを考慮していない。

いっぽうパイプ内に貯えられた歪エネルギーは次式で計算され得る。

$$W = \frac{1}{2} \left\{ \frac{E}{1-\alpha^2} \left[(x_1 + x_2)^2 - 2(1-\alpha)(x_1 x_2 - \frac{1}{2} l^2) \right] + \frac{E}{12(1-\alpha^2)} \left[(x_1 + x_2)^2 - 2(1-\alpha)(x_1 x_2 - \frac{1}{2} l^2) \right] \right\} AB da d\psi$$

またパイプの変形によって生ずる位置エネルギーの減少量は次式で表わされる。

$$U = \frac{1}{2} \left[- \int_0^{\pi/2} D |T|_{k=a_2} \cos \theta_0 d\theta - \int_0^{\pi/2} U |T|_{k=a_2} \sin \theta_0 \cos \theta_0 d\theta + \int_0^{\pi/2} U \sin \theta |S|_{k=a_2} d\theta \right]$$

ここに $|T|_{k=a_2}$, および $|S|_{k=a_2}$ は接合線上においてパイプがコーン形パイプから受ける力であり, V , および U は接合線上におけるパイプの変位である。したがって変形後のパイプの位置エネルギー Π は $\Pi = W - U$ であるから, 位置エネルギー最小の原理を適用し, $\frac{\partial \Pi}{\partial A_n} = 0$; $\frac{\partial \Pi}{\partial C_n} = 0$ より A_n , および C_n を計算すると

$$A_n = \frac{\frac{\alpha^2}{12} \frac{M l}{\pi c \cos \theta_0} \sin \frac{(n\pi l)}{l} \cos \theta_0}{\frac{E \pi (1-\alpha) l^3}{2(1+\alpha)} \left(\frac{1}{2n\pi a/l} + \frac{1}{(1-\alpha)l/a} \right) + \frac{E \pi n^2 l^2}{2(1+\alpha) l} + \frac{E \pi^3 n^4 l^2}{12(1-\alpha^2) l^2}} \quad C_n = \frac{n(1-\alpha)\pi}{\frac{2n^3 \pi^2 a}{l} + \frac{(1-\alpha)l}{a}} A_n \quad \text{となる。}$$

計算例 1つの計算例を図-2に示す。 $a = 1.045 \text{ cm}$ $l = 120 \text{ cm}$ $t = 0.7 \text{ cm}$ $f_0 = 2.7 \text{ cm}$ $k_c = 1.0 \text{ cm}$ $t_c = 0.8 \text{ cm}$

$\alpha = 0.3$ $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ $M = 1.7 \text{ cm}$ $\eta = 1/4$

あとがき, パイプの横断面形状の変形を考慮しない上記の計算方法はその断面がダイヤフラムなどで補剛されている場合に適用できるものと信ぜられる。 [おわり]

図-2

