ソコロフスキー塑性論に関する考察

名古屋大学　正　員　　市原松平
名古屋大学　学生員　○石橋　勲

1. まえがき

ソコロフスキーの塑性論は、基礎の支持力、斜面の安定、擁壁土圧など、土の極限釣合い問題に広く用いることができる。しかし、その解釈はかなり困難で、わが国では、いまだ、ほとんど活用されていない。今回の報告は、理論的誘導と解釈は文献にゆずり、実際に解く場合の考え方、注意すべき点などについて述べるものである。

2. 基本式

出発点となる仮定は、破壊領域のあらゆる点で、①土は極限平衡状態にある。②モール・クーロンの破壊規準が成立する。すなわち式であらわせば、

$$\frac{\partial\sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{xz}}{\partial z}=\gamma\sin\alpha,\quad \frac{\partial\sigma_z}{\partial z}+\frac{\partial\tau_{xz}}{\partial x}=\gamma\cos\alpha \quad \cdots ①$$

$$\frac{1}{4}(\sigma_x-\sigma_z)^2+\tau_{xz}^2=\frac{\sin^2\phi}{4}(\sigma_x+\sigma_z+2\cdot c\cdot\cot\phi)^2 \quad \cdots ②$$

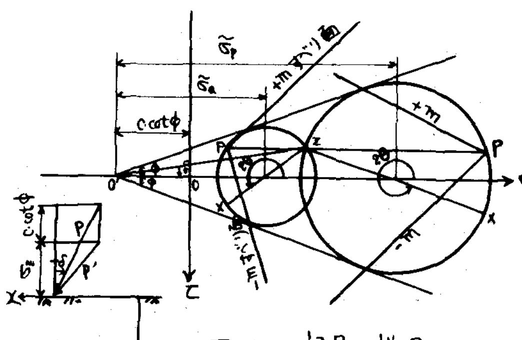

図-1　記号の説明

となる。図-1に示す$\tilde\sigma$, θ（最大主応力面より、x面までの角度）を用いて、次のχ, ξ, ηを導入し

$$\chi=\frac{1}{2}\cot\phi\cdot\log\frac{\tilde\sigma}{c'},\quad \eta=\chi+\theta,\quad \xi=\chi-\theta$$

（c'は強度のパラメーターで、単位強度と考えてもよい）　　…③

または　$\tilde\sigma=c'e^{(\xi+\eta)\tan\phi}$，　$\theta=\frac{\eta-\xi}{2}$

①式と③式よりξ－ηに関した基本式を導き、さらにξ－η面を、x－z面に写像する際のξ, η特性線はそれぞれ、－m, ＋mすべり面に相当することを示し、それらの特性線にそって、漸化式を用いてx, z, $\tilde\sigma$, θを求めれば、すべり線網と応力が求められる。

3. 計算の手順と注意

計算の手順は、①与えられた問題に対してすべり領域をξ－η面に作成する。②境界条件より境界値を与える。③すべり領域を分割し、②で与えた境界領域より、漸化式を用いて、順次　全すべり領域を計算する。

3－1　すべり領域の作成

γ＝0を仮定すれば、＋mすべり面ではη＝const. －mすべり面に対してはξ＝const.であり、すべり領域は、ξ－η面に直線として容易に作図できる。γ≠0の場合はξ≠const., η≠const.だが、すべり面の想定は、γ＝0の場合と全く同様であって、γ＝0の場合の想定でもって代表させても何らさしつかえない。この場合、③式で、ξ, ηの大小関係を参考にすれば、便利であり、その例を図－2に示す。

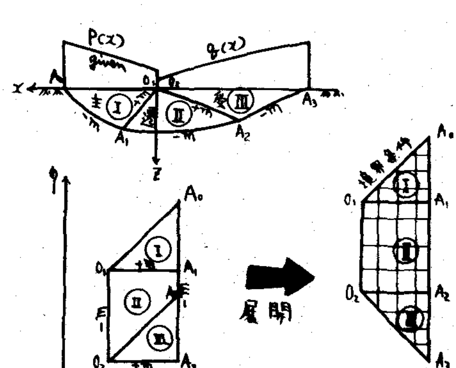

図-2　すべり領域の作図

3-2 境界面でのθのとり方

地表面にそってx軸をとり，x面にδの傾きをもった換算荷重が作用するとき（図-1），θは

$$\theta=(k-1)\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}(k\Delta-\delta)+n\pi \quad \cdots\cdots ④$$

$|\delta|\leq\phi$，$\sin\Delta=\frac{\sin\delta}{\sin\phi}$ $\left(-\frac{\pi}{2}\leq\Delta\leq\frac{\pi}{2}\right)$，$k=1$：受働，$k=-1$；主働

で与えられる。nの値としては一般に0または±1をとればよいが，最初に与えられる境界では，任意のnをとり，特異点O（図-2）をへだてて，その反対側のθはO_1とO_2での$\tilde{\sigma}$（またはχ）の大小関係を予測し，③式のθの大小関係を満たすように，かつO点で，もっとも近い値でθが変化するようにnを選べばよい。

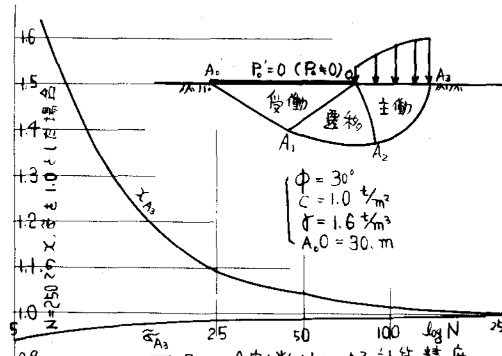

図-3 分割数Nによる計算精度

3-3 分割数Nと精度

図-3の例ではN=50程度であれば，x，$\tilde{\sigma}$とも5%以内の精度が期待できる。N×Nに分割すれば，計算時間はN^2に比例する。この例題では京大大型計算機を用いて，N=250のとき，約150秒を要した。

4 無次元化計算

①，②式で応力，長さをそれぞれS，lなる値で，無次元化して表現すれば，①，②式の左辺はそのままの表示で，右辺は，$=\frac{\gamma l}{S}\sin\alpha$，$=\frac{\gamma l}{S}\cos\alpha$，$=\frac{\sin^2\phi}{4}\left(\sigma_x+\sigma_z+2\frac{c}{S}\cot\phi\right)^2$ となる。これらの式がどのようなc，γに対しても同一の式となるためには，$\frac{\gamma l}{S}=const.$ ⑤，$\phi=const$ ⑥，$\frac{c}{S}\cot\phi=const.$ ⑦ が成立しなければならない。したがって，無次元化計算では，まず，$\phi=const.$とし，そのうえで，⑤，⑦の関係を満たすように，l，Sを適当に選べばよい。l，Sとしては，次のように選べば便利である。

c≠0のとき　　c=0のとき

$$\begin{cases} S=c \\ l=\frac{c}{\gamma} \end{cases} \cdots ⑧ \qquad \begin{cases} l=L & (L\text{は任意長で }L=1.0\,m\text{でよい}) \\ S=L\cdot\gamma \end{cases} \cdots ⑨$$

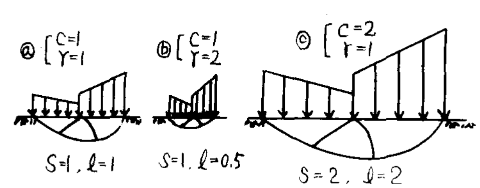

図-4 無次元化計算

実際の無次元化計算では c=1 t/m²，γ=1 t/m³ で行ない，その計算結果より，任意のγ，cに対しては，図-4の変換を行なえば容易に求めることができる。

図-5はφ=30°の場合の支持力Q_0を求めるグラフで，c，γよりS，lを決定し，載荷幅Bを与えて，$\frac{OA_3}{l}$軸にB/lをとり，P_0/Sの値よりQ_0/Slを得る。実際の荷重は$Q_0/Sl\times S\cdot l$である。なお，φ，c，γが場所的に変化する場合には，無次元化計算は行えないが，次元を持った計算は可能である。

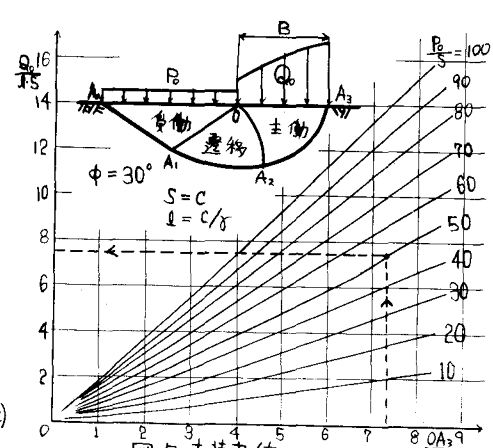

図-5 支持力値

~~参考文献~~；星埜 訳「土のような粒状体の力学」（オーム社）

M. E. Harr「Foundations of Theoretical Soil Mechanics」Chap. 6