II－7

河床変動に関する一考察

名古屋大学　正員　工博　足立昭平
名古屋大学　学生員　○　向井清孝

1. はじめに

近年、河川事業の推進に伴って、河川災害の様相にも変化が見られ、河川上流部の土砂災害が、大きな注目を集めている。筆者は、縦侵食を対象とする一次元河床変動の問題を取扱う。一次元河床変動の基礎方程式は、流水の運動方程式、連続方程式、および流砂量公式、河床連続方程式から導かれ、その数値解析は、種々試みられている。それ等の解析における初期条件、境界条件の与え方については、まだ疑問が多い。筆者は、こうした初期値、境界値の与え方の相違に対する解の性格を検討するために、従来の河床変動方程式を、擬似等流の概念から、さらに単純化して、非線型の拡散方程式を導き、ほゞ満砂したと考えられる堰の上流側河床変動を対象として、若干の計算を行なった。

2. 河床変動の基礎方程式

不等流方程式と、流水の連続式は、

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{S_b - S_f}{1 - \alpha q^2/gh^3}, \quad uh = q\,(\mathrm{constant}) \qquad \text{-------(1)}$$

抵抗則としてManning則、流砂量公式としてKalinske-Brown 公式を用いれば、[1]

$$\frac{\partial z}{\partial t} + Eh^{-\alpha}\frac{\partial z}{\partial x} = Eh^{-\alpha}\left(-\frac{u}{g}\frac{\partial u}{\partial x} - S_f\right) \qquad \text{-------(2)}$$

こゝに、

$$E = \frac{7}{6}\,\frac{c(2m+1)g^{\frac{1}{2}}}{1-\lambda}\,\frac{n^{2m+1}\,q^{2m+1}}{(\sigma/\rho-1)^m\,d^{m-1}}$$

$$\alpha = \frac{7}{3}m + \frac{13}{6} \qquad \text{--------(3)}$$

である。(1)式と(2)式を連立させて、特性曲線法により解析することが、原理的には可能である。Kalinske-Brown公式に限らず、今までに提案されてきている流砂量公式は、いずれもsteady, uniform なものとして、流砂を取扱っている。流砂の運動を論じる方程式の現段階を考えてみる時、流水もまた等流で近似する取扱いが許される場合も少なくないと思われる。ほゞ満砂したと考えられる堰上流の河床変動も、その一例であろう。流れを等流と見なせば、

$$S_b = S_f = -\frac{\partial z}{\partial x} \qquad \text{--------(4)}$$

であるから、(2)式は次のように単純化される。

$$\frac{\partial z}{\partial t} - M(h)\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0 \qquad \text{--------(5)}$$

こゝで、$c=10$, $m=2$, $\lambda=0.4$, $\sigma/\rho-1=1.65$ として、抵抗則としてManning則を用いれば

$$M(h) = \frac{3}{10}\,\frac{h^{\frac{13}{3}-\alpha}}{n^2 q^2}\,E = 33.6\,\frac{n^{\frac{3}{2}}q^{\frac{3}{2}}}{d}\,S_f^{\frac{3}{4}} \qquad \text{------(6)}$$

であり、拡散係数自身の中に、$\partial z/\partial x$ の項が含まれる。n, dを一定とし、(5)式を差分表示

すれば，

$$\Delta Z_i = \Delta t \cdot K \cdot q^{\frac{3}{2}} \left(\frac{Z_{i+1} - Z_{i-1}}{2\Delta x} \right)^{\frac{3}{4}} \cdot \frac{Z_{i+1} - 2Z_i + Z_{i-1}}{(\Delta x)^2} \quad \cdots\cdots\cdots (7)$$

が得られる。

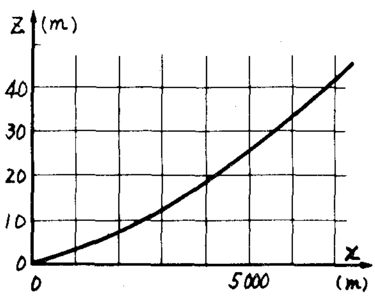
3．初期条件，境界条件

下流側境界条件としては，河床高一定，上流側境界条件としては，河床勾配一定として(8)式で与えた。初期条件としては，Ⅰ図のような実河川の一例を対象として，初期河床縦断形を，指数函数形(9)式および双曲線形(10)式の二通りで与えた。流量については，Ⅱ図のような三角波を想定して，それぞれの計算結果を比較することにした。

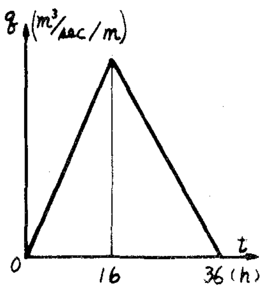
$$Z_m = Z_{m-1} + \frac{Z_{m-1} - Z_{m-2}}{Z_{m-2} - Z_{m-3}} (Z_{m-1} - Z_{m-2}) \quad \cdots\cdots\cdots (8)$$

$$Z = 17.00 (e^{0.0001842x} - 1) \quad \cdots\cdots\cdots (9)$$

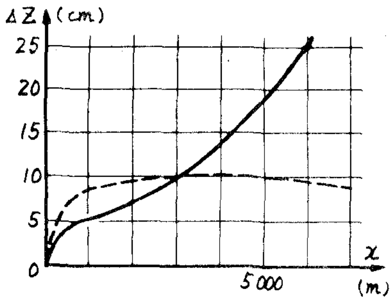
$$\frac{(x + 2\,000)^2}{12\,000} - \frac{(Z + 182.5)^2}{180^2} = -1 \quad \cdots\cdots (10)$$



Ⅰ図　河床縦断形



Ⅱ図　流量



Ⅲ図　河床上昇高

4．計算結果とその考察

Ⅲ図で，実線は指数函数形(9)式，破線は双曲線形(10)式の結果であるが，河床上昇の形態と，上流端付近での上昇高の大きさに，かなりの差違がある。(9)式の場合，$\partial Z/\partial x > 0$，$\partial^2 Z/\partial x^2 > 0$，$\partial^3 Z/\partial x^3 > 0$ であるから，$\partial Z/\partial x$，$\partial^2 Z/\partial x^2$ は共に単調増加となり，(7)式から，ΔZ も単調増加となることがわかる。(10)式の場合，$\partial Z/\partial x > 0$，$\partial^2 Z/\partial x^2 > 0$，$\partial^3 Z/\partial x^3 < 0$ であるから，$\partial Z/\partial x$ は単調増加，$\partial^2 Z/\partial x^2$ は単調減少となり，(7)式から，ΔZ は x の或る値で極大値をとる。実際の計算でも，ダム上流 4 000 m 付近で最大となった。この様に，初期条件の与え方によって，上昇形態が異るが，長期間継続する流量に対しては，初期条件の問題がどの程度重要なのか，今後検討していきたい。むしろ，初期条件は，上流側境界における境界条件の中に，初期の値を採用するところから，より大きな問題が出てくる。上昇高そのものを大きく左右するのは，境界条件である。

5．むすび

以上の計算の結果，上流側境界条件として河床勾配一定とする場合には，初期河期形状の設定が，計算結果に重大な影響を与えることが明らかにされた。

＜参考文献＞　1) 土木学会：「水理公式集，昭和38年増補改訂版」P.123