

信州大学 学生員 ○小川泰造 正員 谷本勉之助

1. 序論

現在、格子構造解析の方法は種々ある。近年、特に注目されることは、マトリクス代数による解法が導入されたことである。還元法はかなりの成果を挙げ、普及の一途を辿っているようである。本法もマトリクス代数を駆使したものであり、現在成果を挙げつつある。本法と還元法とを比較してみた場合、梁の微分方程式の一般解を基礎とする共通性を有するが、演算マトリクスの次数に4次の差があり、また荷重の影響が分離され独立して取扱われる相違がある。マトリクス代数の意義はデータを一完全分類することにある。解析の出発点を一般力と一般変位とに置いた本法及び演算子法はこの点が特に注目され、応用範囲を更に拡張し得る要因となっている。漸化処理法を用いているので、超大型の連立方程式を解く労を要しない。小型の計算機によってもかなりの構造物が解き得る。以下に示す計算例はFACOM 231によるものである。

2. 漸化変形法における基本式

物理量を図-1にとった場合、材端力は材端変位によって、

$$\begin{bmatrix} M \\ T \\ S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2\theta & \delta \\ -\alpha & 0 & 0 \\ 0 & -\delta & -\delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ w \end{bmatrix}_A + \begin{bmatrix} 0 & \beta & -\delta \\ \alpha & 0 & 0 \\ 0 & -\delta & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ w \end{bmatrix}_B - \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\ell & \frac{2}{3}\ell & -\frac{1}{3}\ell & 0 \\ \ell & \ell & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} K, \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} M \\ T \\ S \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} 0 & -\beta & -\delta \\ -\alpha & 0 & 0 \\ 0 & -\delta & -\delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ w \end{bmatrix}_A + \begin{bmatrix} 0 & -2\theta & \delta \\ \alpha & 0 & 0 \\ 0 & -\delta & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ w \end{bmatrix}_B - \begin{bmatrix} 0 & 0 & \ell & \frac{1}{3}\ell & 0 & 0 \\ \ell & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} K, \quad (2)$$

と与えられる。ここに $\alpha = GJ/\ell$, $\beta = 2EI/\ell$, $\gamma = 6EI/\ell^2$, $\delta = 12EI/\ell^3$ であり、 EI = 曲げ剛度, GJ = 捩り剛度, ℓ = スパン長, である。

一般に、式1,2を次式で表わす:

$$\mathbf{V} = \mathbf{L} \mathbf{m} \mathbf{n} \mathbf{J} \{ \mathbf{U} \mathbf{U}' \} + \mathbf{g} \mathbf{K}, \quad (3)$$

$$\mathbf{V}' = \mathbf{L}' \mathbf{m}' \mathbf{n}' \mathbf{J} \{ \mathbf{U} \mathbf{U}' \} + \mathbf{g}' \mathbf{K}. \quad (4)$$

これらが基本式となる。

3. 釣合い条件式

釣合い条件式は任意 (r, s) において

$$R_1 \mathbf{V}_{r,2s-1} - R_2 \mathbf{V}'_{r-1,2s-1} + R_3 \mathbf{V}_{r,2s} - R_4 \mathbf{V}'_{r,2s-2} = 0, \quad (5)$$

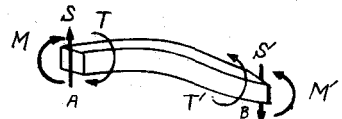


図-1.(a) 一般力の規約。

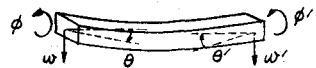


図-1.(b) 一般変位の規約。

となる。 R_i は全体座標系への射影子である。

式3,4を式5に代入すると釣合い条件式は節点変位 D で表わされ次式となる：

$$a_{rs} D_{r,s-1} + L_i C_i d_{rs} \begin{bmatrix} D_{r-1} \\ D_r \\ D_{r+1} \end{bmatrix}_s + e_{rs} D_{r,s+1} + L_i j_{rs} \begin{bmatrix} K_{r-1} \\ K_r \\ K_{r+1} \end{bmatrix}_{2s-1} + k_{rs} K_{r,2s-2} + l_{rs} K_{r,2s} = 0. \quad (6)$$

4. 漸化式.

式6を Y で集積すれば、 Y の節点変位の総和 $[D]_{s-1}$, $[D]_s$, $[D]_{s+1}$ の間に、次のような漸化式を得る：

$$A_s [D]_{s-1} + B_s [D]_s + C_s [D]_{s+1} + P_s = 0, \quad (7)$$

ここに、 A_s , B_s , C_s は $3 \times (Y$ 桁の本数) 次の演算マトリクスで、 P_s は荷重の影響を与える補給子で $[D]$ と等しい次数をもつ。式7は三軸型のマトリクスとなる。

$[D]_s$ を系全体に流通させ境界条件により、その値を決定する。式7を s で集積すれば、大型の三軸型のマトリクスとなり大型の計算機ならば一度に全節点変位を決定し得る。

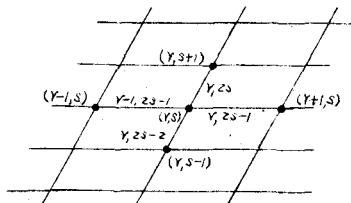


図-2. 部材と節点の番号.

5. 計算例.

図-3 は たわみ線を示す。但し

$$E = 2.1 \times 10^6 \text{ t/m}^2,$$

$$G = 0.9 \times 10^6 \text{ t/m}^2,$$

$$I = 0.94 \text{ m}^4, \quad J = 0.398 \text{ m}^4,$$

$$L_z = 5 \text{ m}, \quad L_{横} = 3 \text{ m}.$$

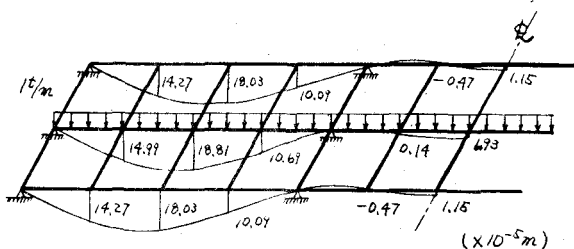


図-3. 三方向連続格子.

6. 考察.

才23回年次学術講演会で筆者らが報告した、“漸化変形法によるラーメンの解析”²⁾と、全く同様な手順により格子も解き得る。部材各点における一般力、一般変位の値も容易に求めらる。漸化有限要素法³⁾により板の解析がなされているが、これも本法と共通している。ラーメン、格子の自由振動も検討されている。電子計算機が中広く利用されている現在、マトリクス代数を使用し漸化式とする本法は、計算機の機能を十分に生かした解法といえる。

— 参照 —

1) Norikazu Yoshizawa and Bennisuke Tanimoto: "Operational Method for Structural Networks," First Report, Plane Systems with Rigid Connection, The Journal of the Faculty of Engineering Shinshu University

2) 小川泰造, 谷本勉之助: “漸化変形法によるラーメンの解析” (才23回年次学術講演概要集 1968年)

3) 夏目正太郎, 谷本勉之助, 他: “漸化有限要素法による板の解析” (同上)