

金沢大学工学部 正員 小堀 為雄

正員 中村 昭英

金沢大学大学院 学生員 出村 禧典

1. まえがき

はりの工学的な振動理論では普通セン断変形や回転慣性の影響を無視している場合が多い。セン断変形や回転慣性の影響を入れた理論に Timoshenko 理論がある。回転慣性の影響は一般には小さいが、セン断変形は細いはりや薄い腹板を持った I 形はりに対してかなり大きい。弾性範囲内におけるこれらの研究は多いが、弾性範囲を越えた場合は比較的少なく、ミシガン大学の Wen 教授の研究があるに過ぎない。そこで我々は Wen 教授の研究と参考し、セン断変形や回転慣性は弾塑性領域の振動にどのような影響を及ぼすのかについて研究しようと試みた。この発表はその一連の研究の計算テクニックと 2, 3 の結果について述べたものである。

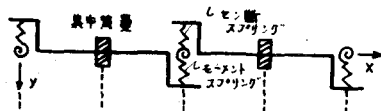


図-1 モデル

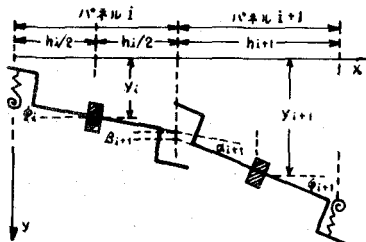


図-2 変形した時のモデル

2. 数値計算の方法

この研究ではこの種の解析でよく用いられるように図-1, 2 に示す近似モデルを用いた。連続したはりにはパネルに分割されており、パネルは剛体で、変形はモーメントスプリングとセン断スプリングで代表すると考える。モデルの関係式は表-1 に示す。

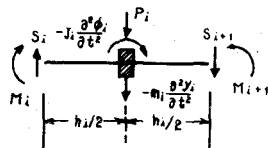


図-3 力の釣合

表-1 関係式および記号

1	モーメントスプリングのパネル数	$(h_{i+1} + h_i)/2EI$	h_i : パネル長
2	セン断スプリングのパネル数	$(h_{i+1} + h_i)/2G\kappa^2A$	κ^2 : モーメントスプリングの変形
3	モーメントスプリングの変形	$\phi_{i+1} = \phi_i - \phi_i$	ϕ_i : セン断スプリングの変形
4	セン断スプリングの変形	$\beta_{i+1} = y_{i+1} - y_i - (h_{i+1}\phi_{i+1} - h_i\phi_i)/2$	y_i : 垂直変位
5	鉛直方向の運動方程式	$m_i \partial^2 y_i / \partial t^2 = S_{i+1} - S_i + P_i$	ϕ_i : パネルの回転角
6	回転方向の運動方程式	$J_i \partial^2 \phi_i / \partial t^2 = M_{i+1}$	m_i : 集中質量
7	モーメントスプリングの変形と曲げモーメントの関係式	$M_i = 2EI\phi_i / (h_i + h_{i+1})$	J_i : 慣性モーメント
8	セン断スプリングの変形とセン断力の関係式	$S_i = 2G\kappa^2 A \beta_i / (h_i + h_{i+1})$	P_i : 集中外力
9	単純支持はりの境界条件	$\phi_i = \phi_{i+1} = 0, \beta_i = y_i - 1/2 \cdot h_i \phi_i, \beta_{i+1} = y_{i+1} - 1/2 \cdot h_{i+1} \phi_{i+1}$	κ^2 : 断面係数
10	両端固定端の境界条件	$\phi_i = \phi_{i+1}, \alpha_{i+1} = \phi_{i+1}, \beta_i = y_i - 1/2 \cdot h_i \phi_i, \beta_{i+1} = y_{i+1} - 1/2 \cdot h_{i+1} \phi_{i+1}$	Δt : 時間増分
11	時間増分 Δt に対する y_i の変化量, ϕ_i も同様	$y_i(t_i) = y_i(t_0) + \Delta t \dot{y}_i(t_0) + 1/2 \cdot (\Delta t)^2 \ddot{y}_i(t_0), t_i = t_0 + \Delta t$	L : スパン長
12	時間増分 Δt に対する ϕ_i の変化量, ϕ_i も同様	$\phi_i(t_i) = \phi_i(t_0) + 1/2 \cdot \Delta t (\dot{\phi}_i(t_0) + \ddot{\phi}_i(t_0)), t_i = t_0 + \Delta t$	
13	ダウニング分布荷重	$W(x, t) = W \exp(-2t/T)$	

塑性性を考慮しなければならない場合、スプリングの interaction curve は連続体としたはりの対応する断面の interaction curve と相似であるとみなし、 $f(M_i, S_i) = 0$ であらわされる。 f は塑性ポテンシャルである。この研究では interaction curve は $m = M/M_y$, $S = S/S_y$ とし $m^2 + S^2 = 1$ とな

る曲線を使用した。数値積分を順次行なっていくと、 $f(M_i, S_i)$ が正になる。これは塑性が生じたことを意味する。この場合、 $f(M_i, S_i) = 0$ となるような $t = t_p$ を十分な正確さで見つけなければならない。実際の計算で $t = t_p$ を見つけるために用いた方法は、 $f(M_i, S_i)$ が正になったら、 $\Delta t_i = \Delta t_i - \frac{1}{2} \Delta t_i$ なる時間増分 Δt_i を用いて計算をやり直し、さらに $f(M_i, S_i)$ が正であれば $\Delta t_i = \Delta t_i - \frac{1}{2} \Delta t_i$ なる時間増分で、負ならば $\Delta t_i = \Delta t_i + \frac{1}{2} \Delta t_i$ なる時間増分を用いて $|f(M_i, S_i)| \leq \epsilon (10^{-7})$ になるまで繰り返した。いま $t = t_p$ でほりに塑性が生じたら、式(11)はまだ適用できるので $\Delta \alpha, \Delta \beta$ は求められる。しかし、式(7)、(8)は $\Delta \alpha, \Delta \beta$ の中の弾性部分にのみ適用できる式であるので $\Delta \alpha, \Delta \beta$ を弾性部分 $\Delta \alpha_e, \Delta \beta_e$ と塑性部分 $\Delta \alpha_p, \Delta \beta_p$ に分けて考える。そのテクニックは図-4において、 $\Delta \alpha, \Delta \beta$ より点Dが描かれ、ADを直径とした円を描き、interaction curveとの交点Bが $t = t_p + \Delta t$ のときの応力状態を示す。

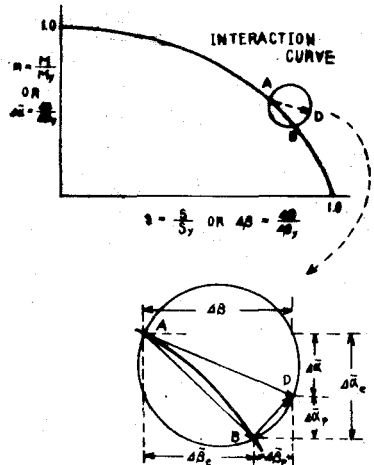


図-4 α_e, β_e の計算法

3. 数値計算の結果

図-6に示すような断面を用い、式(13)に示す荷重を用いて計算した。W, TはWen教授は単純支持も両端固定も同じ数値を使ったが、この研究では、固定端の場合Tは固定端の1次の固有周期、 $W = 16L^2/Mg$ を使用した。紙面の関係で結果のみを図-7に示す。なお、数値計算は金沢大学の計算機 NARC-2230を使用した。

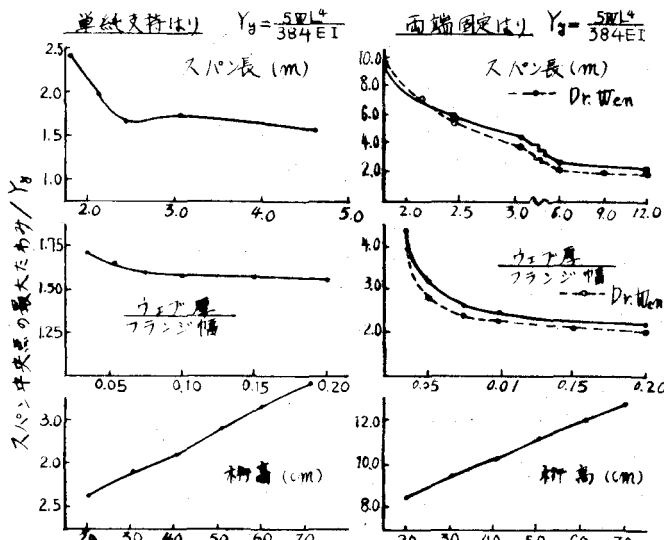


図-7 計算結果

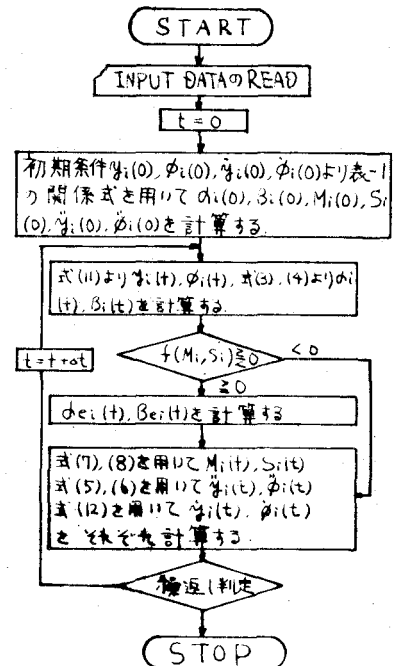


図-5 数値計算のフローチャート

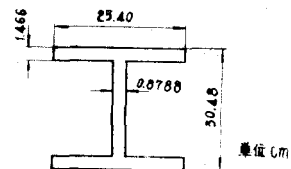


図-6 使用に断面