

正員 喜内 敏

正員 小坂 義雄

学生員 森本千秋

## 1. まえがき

一般に構造物は、固有周期の異なる幾つかの部分の結合構造である場合が多い。この様な結合構造物に、ある1つの部分から、時間的に変化する、いわゆる振動外力が入った場合、その振動外力のもつ周期成分によってある部分は振動し、ある部分は振動しないことがある。例えば、地震による地盤振動の場合、各地盤が一種のフィルター作用をなして振動を地表面へと伝達する。また、自動車のように比較的振動数の高いタイヤ部の上にたわみやすいばねで支えられている車体がある場合、入力としてはタイヤ部から路面の凹凸による振動が入り、これがタイヤ部で、ある周波数の振動は小さくなり、ある周波数の振動は大きくクローズアップされるが、これを通過して車体の振動となると車体懸架部の特性によって、一旦小さくなった振動がこの部分で再びよみがえる場合があるなど、その結合構造物の振動特性によって、フィルターを通過した振動が小さいからといってその次に伝達される振動の応答が小さいとは限らない。このことに注目して、われわれは振動外力による結合構造物の動的応答について研究を進めている。ここに発表するのは、この一連の研究内の、比較的横振抗の小さい杭基礎を持ったけた橋の上と自動車が走行した場合のけたの振動が杭基礎の振動にどのような影響をもつか、ひいては杭基礎の横振動が橋げたの振動にどのように影響するか、ということについて研究した結果について述べたものである。

## 2. 研究のあらまし

さて、たわみやすい橋脚を持った橋梁上を自動車荷重が移動する場合、けたの振動が橋脚にある種の影響を及ぼすことが考えられる。ローラ支承などのすべり支承においても摩擦力内でその影響を伝え橋脚が振動生ずる。その場合、橋脚の曲げ剛性によって、固有振動周期がけたの支点変位の振動周期に近いものであれば共振現象を起こして影響が強く現われ、曲げ剛性の非常に大きいものであれば、摩擦力に打ち勝って、けたはすべりを生じ橋脚への影響は小さいであろう。また橋脚の振動がけたに伝わり複雑な連成振動を生ずることも考えられるであろう。ここではけたが橋脚に及ぼす影響だけを取り上げ、まず、けたの中央点でのたわみ振動を支点の変位に変換し、橋脚を、曲げ剛性 EI を持った一端固定、他端ヒンジの片持梁として、支点変位を入力とする強制振動を解析することによってけたの橋脚に及ぼす影響を考察する。

## 3. 基礎方程式

(1) けたのたわみ振動の支点変位への変換

図-1のような単純梁のたわみ振動は一般に次のようにあらわされる。

$$y = \sum_{n=1}^{\infty} g_n(t) \sin \frac{n\pi x}{L} \quad (1)$$

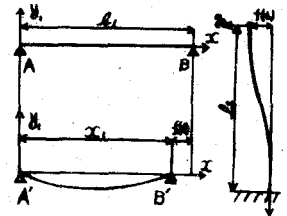
ここに  $g_n(t)$  は一般座標で、 $n$  のみの関数であり  $n$  次の振動を含む。また、たわみ曲線の長さ  $L$ 、弦の長さを  $x$  とすると、

図-1



図-2

$$l' = \int_0^L \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$$

けたの伸び縮みを無視すると、この  $l'$  がけたのスパン長  $l$  に等しい。  
すなわち  $l' = l$  を満足する  $x, (t)$  を求めれば支点変位  $f(t)$  は

$$f(t) = l - x(t)$$

として表わされる。

## (2) 橋脚の振動

一才橋脚は図-2のように曲げ振動を生ずる張出梁と考える。この場合橋脚の軸力による振動への影響は無視して考える。この時の振動方程式は

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}) = -\frac{AR}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

で表わされる。この時の境界条件は

$$\left. \begin{aligned} (y)_{x=0} &= f(t) & \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_{x=0} &= 0 \\ (y)_{x=l} &= 0 & \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_{x=l} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

ここで式(1)の  $f(t)$  はけたの振動から伝えられた変位であつて、橋脚の振動では入力と考えられるものである。式(4)を式(5)の境界条件のもとで解くと次のようになる。

$$y = f(t) \left(1 - \frac{3}{2} \frac{x}{l} + \frac{1}{2} \left(\frac{x}{l}\right)^3\right) - \sum_{i=1}^{\infty} b_i X_i f(t) + \sum_{i=1}^{\infty} b_i X_i P_i \int_0^t f(t) \sin p_i (t-t_1) dt \quad (6)$$

$$\text{ここに } b_i = 2 / k_{il} (\sinh k_{il} l_2 - \sin k_{il} l_2) \quad (7)$$

$$X_i = \sin h k_{il} l_2 \sin k_{il} x - \sin k_{il} l_2 \sinh k_{il} x \quad (8)$$

$$P_i = k_i^2 \sqrt{\frac{EI}{AR}} \quad (9)$$

$k_i$  は振動数方程式から求められる値であつて、橋脚の固有振動数に関する値である。

## 4. 数値計算

まず式(2)、式(3)から、けた中央点のたわみに対する橋脚頂部の変位  $f(t)$  を求める。この場合まず  $x$  を仮定し、式(2)の線積分を行なつて  $l'$  を求め、この  $l'$  が  $l$  に等しくなるまで  $x$  を修正し  $f(t)$  を求める。ここでは簡単のため単純けたの1次振動のみをとつて求めてみた。その時のけた中央点のたわみ  $y_{cc}$  と  $f(t)$  との関係は図-3のようである。この例では、架設後、けたは水平に保持されていると考えたため、出力としての  $f(t)$  は周期が入力の1/2となつた。入力と出力の交さするグラフは入力と出力の変換関数ともいえるものである。もしけたにある程度キヤンバーと考えるとこの形は変わる。この関数の勾配が入力に対する出力の振幅比をあらわし、曲線の形状が波形の乱れをあらわす。図-4は前者が関係したある橋のスパン中央点のたわみ振動と橋脚頂部の振動の一例である。次に、この  $f(t)$  による橋脚の振動について、現在  $EI$  をパラメータとして数種のCaseについて計算中であるがこの一例を図-5に示す。

## 5. むすび

現在の段階では、まだ充分な結論を導ぐことは困難であるが、この解析を進めることによつて、たわみやすい橋脚と有する橋梁の振動特性が見い出せるのではないかと思う。

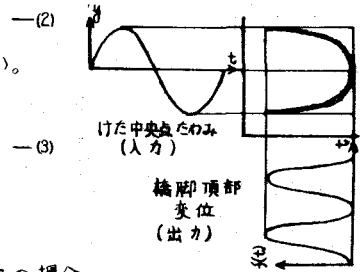


図-3

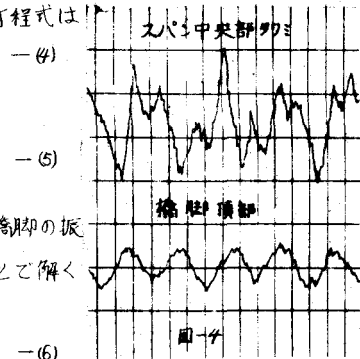


図-4

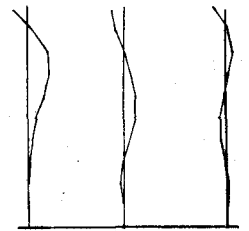


図-5 橋脚振動モード