

信州大学 正員 ○草間 孝志
名古屋大学 正員 福本 晴士

1. まえがき 骨組の弾塑性挙動を解析するに際し、近年、実状に近い挙動を求めるため、ひずみ硬化の影響を考慮して解析を行うことが試みられている。たとえば、Lay, M. G., Smith, P. D.¹⁾は連続ばりと両端固定ばりに横荷重が作用している場合について研究を行っており、Horne, M. R., Chin, M. W.²⁾は山形ラーメンの曲げについて研究し、その論文の中で正確な挙動を得るためには、ひずみ硬化の影響を考慮する必要があることを強調している。さらに坂本博士³⁾は片持ばりの自由端に、一定軸力と漸増水平力が作用した場合に対し、微小変形の仮定のもとに数値計算を行ない、ひずみ硬化を考慮すると、理論値と実験値がよく合うことを示している。本報告は、弾塑性ひずみ硬化材について、まず、断面内の各種垂直応力度分布に対する軸力-曲げモーメント-曲率の関係を求め、偏心圧縮をうける単一材に適用して、荷重-変形曲線を求め方法を示し、ひずみ硬化の与える影響を検討しようとしたものである。なお、計算に当っては次の仮定を設けた。

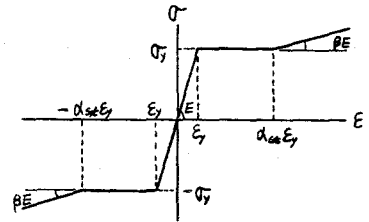


図-1

- 1) 部材の応力-ひずみ曲線は図-1に従うものとする。
- 2) 変形は作用する曲げモーメントの面内にのみ生ずる。
- 3) 部材の断面は変形後も平面が保たれる。
- 4) セン断力の影響は考慮しない。
- 5) 部材がすでにうけたひずみ履歴は考えない。
- 6) 残留応力の影響は考えない。

2. 垂直応力度分布とひずみ分布 部材の断面を矩形断面($b \times h$)とし、軸力 P が $P_y (= \sigma_y b h)$ より小さい場合、すなわち $P/P_y \leq 1$ に対しては、表-1に示すように、2種類のひずみの状態に対し、9種類の垂直応力度分布が考えられる。これらの状態に対するつり合い条件式は、曲げモーメントを M 、軸力を P とすると、

表-1

$$P = \int_A b \sigma du, \quad M = \int_A b \sigma u du \quad (1)$$

によって与えられる。表-1の9種類の垂直応力度分布について、図-1の応力-ひずみ曲線をもとに式(1)を計算すると、それぞれの状態に対する P - M - ϕ (曲率)の関係をあらわす式が得られる。紙面の都合上、これらの式の記述は省略するが、これらの関係を図-2、図-3に示した。図は無次元化してあらわしてある。 P_y, M_y, ϕ_y は縁応力度が σ_y になったときの値である。

ひずみ 分布	垂直応力度分布					
	弾性	弾塑性	弾塑性ひずみ硬化	弾塑性ひずみ硬化	弾塑性ひずみ硬化	弾塑性ひずみ硬化
$\begin{array}{c} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \end{array}$			-		-	-
$\begin{array}{c} \epsilon_1 \\ -\epsilon_2 \end{array}$						

3. たわみ曲線の計算 簡単な場合として、図-4(a)に示すような部材の両端で偏心量の等しい場合について求めることにしよう。この場合には左右対称となるから、図-4(b)に示すように右半分について考えればよい。図-4(b)の $L/2$ を n 等分し、分割長を $\ell = (L/2)/n$ 、分割点を左端よ

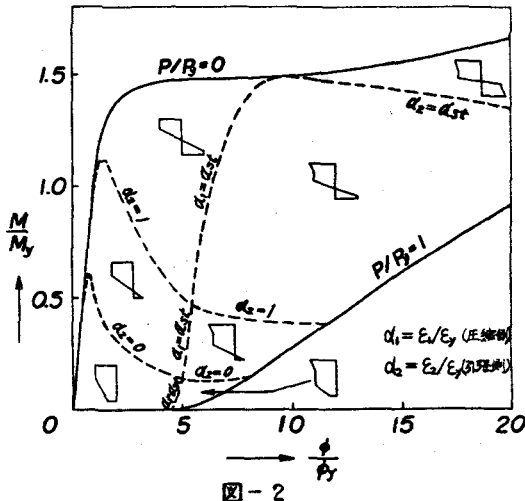


図-2

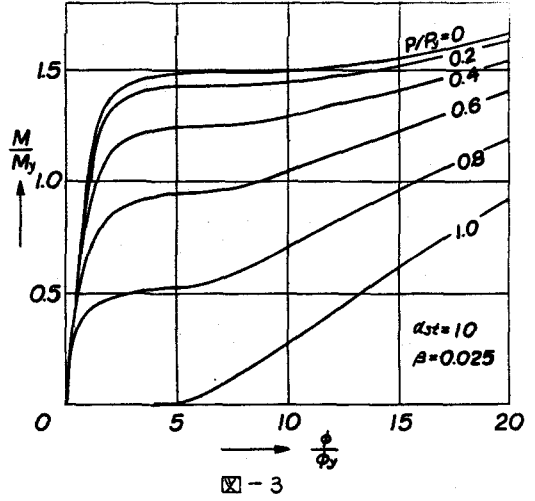


図-3

順に $0, 1, 2, \dots, n$ とする。いま部材の軸線に於て l をとり、ある $i, i+1$ 夾の θ を θ_i, θ_{i+1} 、たわみを y_i, y_{i+1} 、モーメントを M_i, M_{i+1} 、曲率を ϕ_i, ϕ_{i+1} とし、 $i, i+1$ 夾間のたわみ曲線を円弧と仮定すると(図-5)。

$$\theta_{i+1} = \theta_i - \zeta_i$$

$$\eta_{i+1} = \eta_i + \frac{3}{\zeta_i} \frac{1}{\phi_i} (\cos \theta_{i+1} - \cos \theta_i)$$

ϕ_i が非常に小さい場合には

$$\eta_{i+1} = \eta_i + \frac{\sqrt{3}\lambda}{\pi} \left[\left(1 - \frac{\zeta_i^2}{6}\right) \sin \theta_i - \frac{\zeta_i}{2} \left(1 - \frac{\zeta_i^2}{12}\right) \cos \theta_i \right]$$

$$m_{i+1} = m_i + p \eta_{i+1}$$

(2)

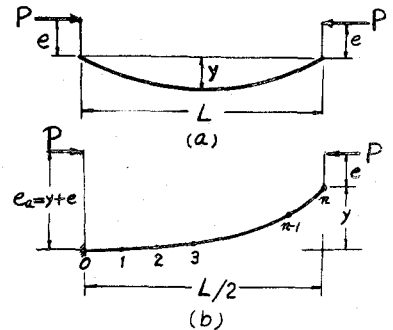


図-4

を得る。ここに $\zeta_i = \phi_i l = \lambda \epsilon_y \phi_i / (\sqrt{3} \pi)$ 、 $\eta_i = \phi_i / \phi_y$ 、 $m_{i+1} = M_{i+1} / M_y$ 、 $p = P / P_y$ 、 $\lambda =$ 細長比、 $\eta_i = y_i / s$ 、 $s =$ 核半径である。

式(2)は i 夾の θ_i, y_i, ϕ_i より $i+1$ 夾の $\theta_{i+1}, y_{i+1}, m_{i+1}$ を求める式である。

図-4の場合に対する荷重-変形曲線を求めるには、まず、 y (あるいは y/s) を与え、 P (あるいは p) を仮定すると、 0 夾のモーメントの無次元量 m_0 は $m_0 = p \times (e_0/s)$ となり、 p_0 と m_0 の値をもとに図-2より、これに該当する無直応力度分布の状態がわかり、その状態に対する $p-m-\phi$ の関係式を用いると、試算によって 0 夾の ϕ_0 が求められる。つぎに、 0 夾にては $\theta_0 = 0$ であることを考慮して式(2)を用いると、 1 夾の θ_1, η_1, m_1 が求まる。 m_1 がわかると、さきと同様にして ϕ_1 が得られ、式(2)より θ_2, η_2, m_2 が求められる。このようにして順次計算を行っていき、最後に n 夾の η_n すなわち y_n が求まる。そしてこの y_n が最初に与えた y に一致しない場合には、 P (あるいは p) の値を仮定しなおして、 0 夾よりまた計算を繰返す。そして y_n がある誤差範囲内で y に一致するまで行う。このようにして得られた P (あるいは p) の値が、図-4の y につり合う荷重である。 y を種々変化させると、それぞれ y につり合う P が求められる。計算結果の一例を図-

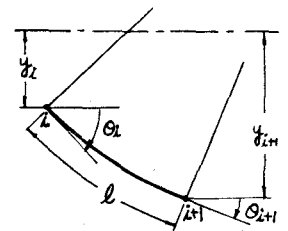


図-5

6に示した。また、塑性域とひずみ硬化域の広がりを図-7に示した。

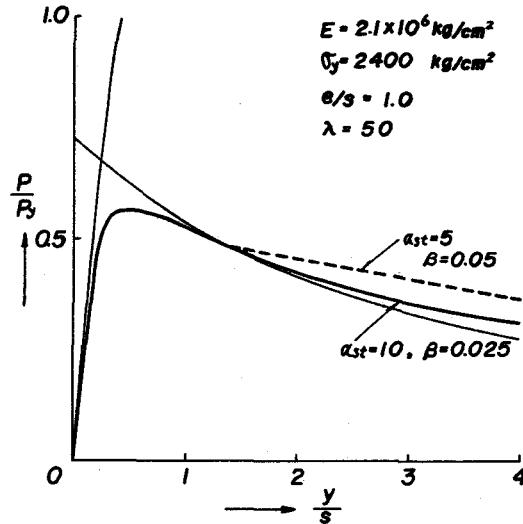


図 - 6

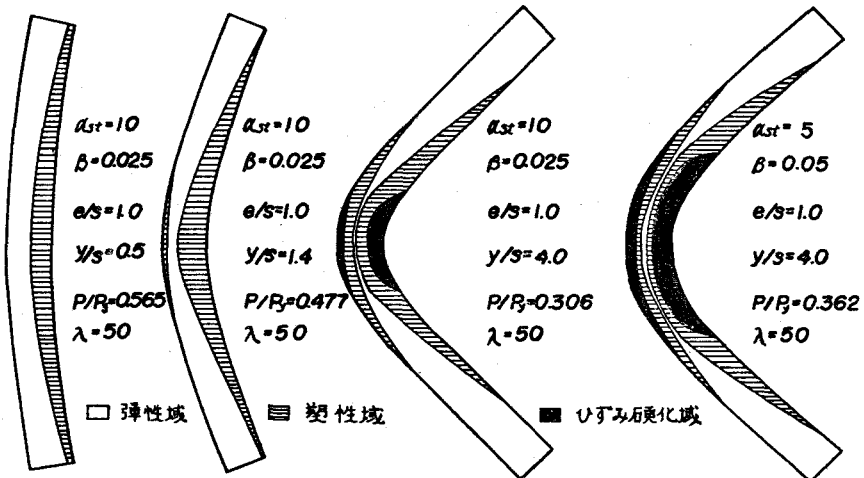


図 - 7

4. むすび 鋼材のもつひずみ硬化域が構造物の荷重-変形状に与える影響を明らかにするため、本研究ではまず簡単な例として長方形断面をもつ偏心圧縮柱における、これの働きについて考察を加えた。図-6に示したように等偏心圧縮柱($\lambda=50$)では、柱の極限強度に与えるひずみ硬化の影響はみとめられないが、最大荷重を過ぎた後の柱の変形状には、かなり効果をあよぼしているようである。この効果により、最大荷重時の変形能力があたかも塑性ヒンジを形成したと同等のような状態になり、構造物の塑性性状に有利に作用する場合が考えられる。種々な荷重状態、他の断面形については、さうに検討を行ない、あわせて実験的研究も行なう予定である。

1) Lay, M. G and Smith, P. D., ASCE, ST3, June, 1965. 2) Horne M. R. and Chin M. W., ICE, May, 1967. 3) 坂本順, 宮村篤典, 建築学会論文報告集第113号, 昭40年7月.