

7 還元法による斜張橋の解析について.

名古屋大学 正員 成岡 昌夫
日立造船 正員 〇長谷川 紀夫

1. 概説: 斜張橋に対する計算法は, 応力法, Kani法, シュミレーション法など, すでに多く発表されている。しかし, これらの多くは, 構造系が異なるたびに, 新たに計算式を立て直さなければならない不便がある。また, 変形法による解法は, 種々の剛滑接構造物と同様に可能ではあるが, ケーブルと塔柱との取付けにおいて特殊な条件をもつような斜張橋に対しては, それらを考慮する必要がある。本文では還元法による斜張橋の解析を研究した。図-1に示すような条件をもつ種々の構造系に適用できるように, プログラムに工夫をこらした。

解析において特に問題となるのは, Punktmatrixの中に入り込む, 未知量であるケーブル張力および中向拘束力の取り扱いである。電子計算機内におけるマトリックス演算はすべて既知量のみを扱うので, これらの未知量が含まれる格点では, それ以上計算を進めることが不可能となる。そこで, これらの未知量をすべてLeitmatrixより分離させ, 初期ベ

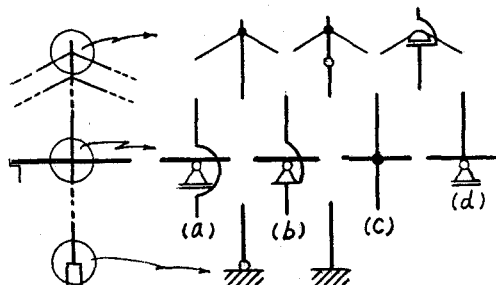


図-1

クトルにおける未知量と同様にして, 右端まで計算を進めて行く方法をとった。

計算例として, 尾道大橋を引用し, 図-1に示す種々の条件を変化させて計算を行い, また, 型式による比較およびケーブル本数による比較と桁のM, ω , ケーブル張力などについて行った。

2. 解析の概要: 桁におけるケーブル取付け, 支束(中向支束も含む), 断面変化点と還元法における格点として, 左端より右端に向かって番号をつける。任意格点kの両側格点nとkにおける断面

力変形量の関係は $\eta_k = F_k \cdot \eta_n$ であり, Feldmatrix F_k は図-2に示す。ケーブル取付け, 中向支束における飛躍量を求め, Punktmatrix P_k を作ると, それぞれの格点kに P_k の7列目は図-3となる。任意格点kにおける P_k は単位マトリックス(7×7)のオフ対角に図-3の(a)~(d)が入, たものである。図-3(a)~(d)は図-1(a)~(d)の場合である。また, 断面が変化するのみの格点において, P_k に相当するものは単位マトリックスである。初期ベクトル η_1 は, 右端格点nに到達する過程において, 中向拘束力による未知量を隠れた形で含んだ形となり, 右端格点nにおける η_n は次のような形で表わされる。

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -L_k/L_n & L_k^2/L_n^2 & -L_k^3/L_n^3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_k/L_n & -L_k^2/L_n^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & L_k/L_n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_k/L_n & 0 \\ \omega_k(L_k/L_n) \\ P_k(L_k/L_n) \\ M_k(L_k/L_n) \\ Q_k(L_k/L_n) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

図-2

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -T_j \sin \theta_j \\ -T_j \cos \theta_j \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -R_k^s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -R_k^s \\ -N_k^s \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -M_k^s \\ -R_k^s \\ -N_k^s \end{bmatrix}$$

(a) (b) (c), (d)

図-3

$$\eta_n = F_n \cdot P_{n-1} \cdot F_{n-1} \cdot P_{n-2} \cdots P_2 \cdot F_2 \cdot \eta_1$$

$$= B_n \cdot \eta_1 + K_1 \cdot D_{1n} + K_2 \cdot D_{2n} \cdots K_m \cdot D_{mn} \quad (1)$$

ここで, mは左端より右端に至る間に現われる中向拘束

力の数(両端を含む), $B_n, D_{1n}, D_{2n}, \dots, D_{mn}$ は初期ベクトル, ケーブル張力および中間拘束力に対して演算されたマトリックス, $K_1, K_2, \dots, K_m$ は未知量 ($T_1, T_2, \dots, R_1, M_1, N_1, \dots, N_m$) である。図(1)のマトリックス乗算は、図-4に示すマトリックス M (基礎マトリックス) の中で実行され、任意橋長における断面力、変形量は図-4の格長に相当する行とあり、表示される。これらの断面力、変形量は、初期ベクトルにおける未知量とその格長に至るまでに使われた中間拘束力とを含んだ行ベクトルとして示される。こゝで、中間拘束力が支え反力 R_k のみの場合(連続桁)は、右端境界条件による三つの方程式と中間支え条件 $\omega_k = 0$ より得られる方程式より N (3+中間支え数) 元連立方程式を解くことになる。斜張橋においては、さらに、ケーブル張力、中間支えにおける水平 (N_k^s)、回転 (M_k^s) の拘束力が未知数として加わる。ケーブルに対してケーブル本数と同数のつり合い方程式を作り、 N_k^s, M_k^s に対してそれぞれ同数の方程式を作る。ケーブルのつり合い方程式、および、 M_k^s, N_k^s に対する方程式を得るに際し、塔柱の変位による未知量(水平変位 δ_k 、揺り首の腕の回転量 ϕ_k) も加わるが、塔柱つり合い方程式として、これらの未知量と同数の方程式を得る。以上より連立方程式の元数 N は次のようになる。

		J						
		I						
格長		T_1, T_2	$R_1^s(R_2^s)$	$M_1^s(M_2^s)$	$N_1^s(N_2^s)$	δ_1, δ_2	ϕ_1, ϕ_2	
1	A_0							η_i $\begin{Bmatrix} u_i \\ \omega_i \\ \phi_i \\ M_i \\ Q_i \\ N_i \\ 1 \end{Bmatrix}$
2	F_1							
3	F_2							
...	...							
i	F_i							
...	...							
n-1	F_{n-1}							
n	F_n	B_n	D_{1n}	D_{2n}				

図 4 基礎マトリックス $M(I, J)$

$N = N(F) + N(R) + N(S) + N(M) + N(N) + N(D)$
こゝで、 $N(F): 3$ (7)
 $N(R)$: 中間支えの数
 $N(S)$: 全ケーブル本数
 $N(M)$: 中間支えにおける、回転拘束数
 $N(N)$: " " 水平拘束数
 $N(D)$: 塔柱の固定首と揺り首の数
 N 個の方程式は、それぞれの条件式(桁右端格長の境界条件、中間支え条件、ケーブルつり合い条件、塔柱つり合い条件)より得られ、図-5に示すマトリックス N の中へ組み込む。 N における4列目を抜き出し(荷重項 K)、 $N = 0$ は $A \cdot X = K$ となる(A : N 元正交マトリックス, X : 未知ベクトル)。ケーブルのつり合い方程式 $a \cdot \omega_k + b \cdot \delta_m + c \cdot T_i = 0$ (桁格長 K , 塔柱格長 m - 固定首, ケーブル i , a, b : ケーブル i の垂直、水平分力と束係数, c : ケーブルの弾性係数および長さなどにより決まる係数) について、マトリックス N への入れ方を示す。①: 基礎マトリックス M における格長 K に相当する行より ω_k の行を抜き出し各列に a を乗じて、 N の相当する行へ入れる。②: N の δ_m に相当する列の①と同じ行へ b を入れる。③: N の T_i に相当する列の①と同じ行へ c を入れる。同様にして各方程式を作るのであるが、その際必要とされる、任意格長 K の変位量 (u_k, ω_k, ϕ_k) は基礎マトリックスにおける格長 K に相当す

		左端ローラー	固定首	自由	$T_1, T_2, \dots$	$R_1^s(R_2^s)$	$M_1^s(M_2^s)$	$N_1^s(N_2^s)$	$\delta_1, \delta_2, \dots$	$\phi_1, \phi_2, \dots$
I (= N)	$N(F)$									
	$N(R)$									
	$N(S)$									
	$N(M)$									
	$N(N)$									
	$N(D)$									
		基礎マトリックス M と一致								
		$J (= N + 1)$								
		$N(D)$								

図-5 マトリックス $N(I, J)$

$A \cdot X = K$ となる(A : N 元正交マトリックス, X : 未知ベクトル)。ケーブルのつり合い方程式 $a \cdot \omega_k + b \cdot \delta_m + c \cdot T_i = 0$ (桁格長 K , 塔柱格長 m - 固定首, ケーブル i , a, b : ケーブル i の垂直、水平分力と束係数, c : ケーブルの弾性係数および長さなどにより決まる係数) について、マトリックス N への入れ方を示す。①: 基礎マトリックス M における格長 K に相当する行より ω_k の行を抜き出し各列に a を乗じて、 N の相当する行へ入れる。②: N の δ_m に相当する列の①と同じ行へ b を入れる。③: N の T_i に相当する列の①と同じ行へ c を入れる。同様にして各方程式を作るのであるが、その際必要とされる、任意格長 K の変位量 (u_k, ω_k, ϕ_k) は基礎マトリックスにおける格長 K に相当す

る行より抜き出し、行ベクトルとして得られる。

3 プログラムの概要 このプログラムはHITAC 5020E に対し組まれたものである。若干の
ぬきと平えて、斜張橋の桁橋梁と桁の橋梁間の任意等分長 (Input data で指定) における変位量と断面
力、ケーブル張力、諸径の変位量などに対する影響値および影響面の計算を行うものである。図-5
に示す尾道大橋について計算を行。

な結果、各対称荷重載荷に対し、相

当する M , w , T はすべて対称にな

り、out put においては小数点以下

10桁 (小数点以下10桁打出) ま

で一致している。この計算では double-

precision を用いたが single precision

で十分と思われる。計算時間は、上

述述べた out put をすべて打出し、

約40秒であった。電子計算機の性能

にもよるが、HITAC 3010 を用いて

実行法によるものが約1時間である

こととつけ加えた。Flow chart を

図-6に示す。

以上、変元法による斜張橋の解析

について概略を述べたが、紙面の

都合により、一部分だけが掲載できな

かったので、概略とあわせて述べる

ことにする。また、文献 (DER STA

HLBAU, 7/1966) によれば、西ドイツ

計算センターにおいて、シュミレー

ション法による斜張橋の計算に対す

る基本系の解析に変元法と応用して

いるので、発露を以て、本文の方

法と比較したいと思う。

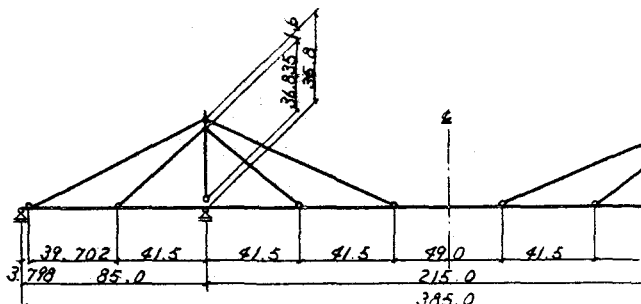


図-5

Flow Chart

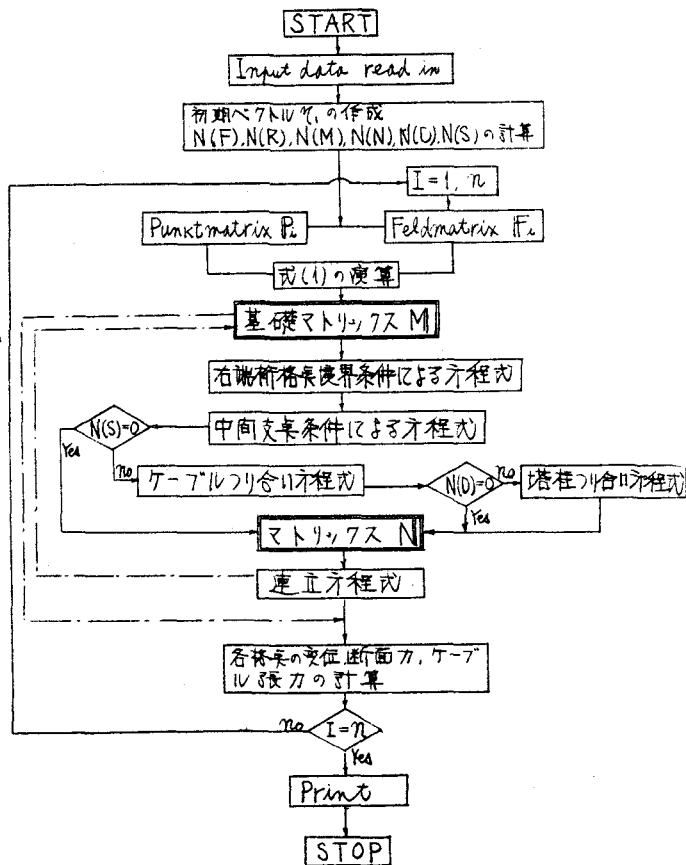


図-6