

金沢大学工学部 正員 喜内 敏
金沢大学工学部 正員 小堀為雄
金沢大学工学部 正員 吉田 博
○金沢大学大学院 学生員 松田 誠

1. まえがき

構造物に弾性限界に近い振動荷重が作用した場合、構造物の一部が弾性限界を超えた応力を受けて振動する場合がある。すなわち、この構造物部材の振動が弾塑性振動である。この場合の構造物の動的挙動を調べることは、振動学的にも、塑性力学的にもひいては構造物の塑性設計を考へる上においても興味ある課題である。この種の問題については、先に来日した Michigan State Univ. の Prof. Wen 氏により、研究が開始されたように思う。

この報告では、構造物の基本的部材である単純ばりと一端固定地端エンジのばりについて、まず金沢大学工学部において先きに製作した移動くり返し荷重載荷装置を使って、モデル実験を行なひ、結果について報告し、同時に進めていく電算計算機による理論解析の結果について報告する。

2. 実験装置と実験結果

おたわれはまず、単純梁の単に制力が載荷した場合について、外力、内力（応力）および梁の動的応答を実験した。その実験装置を写真-1に示す。装置の各部を説明する。①は試験梁 (specimen)

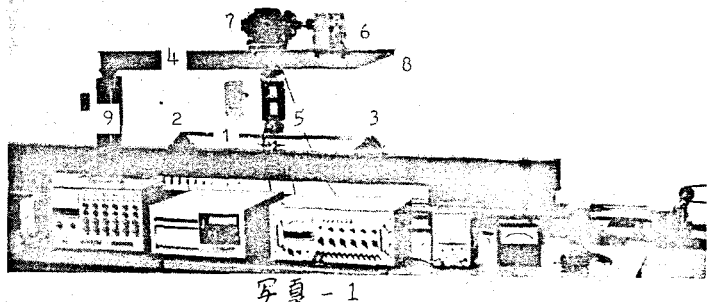


写真-1

矩形断面 1.8×2.0 cm, S45C) である。②③が単純支持で④がローラーになっている。④が荷重を載荷するレバーで載荷点以外の点につけがえることができる。写真は荷重の場合である。⑤は載荷点にとりつけた load cell である。⑥は起振機で⑦がこれを回すモーターである。⑧に荷重をとりにつけるときにより必要とする荷重を得る。⑨にかみあわせられたスクリーンシャフトをモーターで回すことにより⑩を移動させることができ移動荷重も可能である。

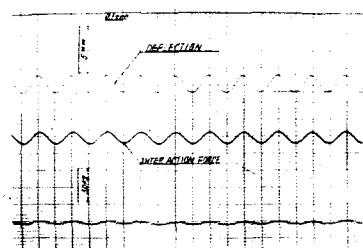


図-1

図-1は振動荷重 $P(t) = P(1 + \sin \omega t)$ において P が 4 吨、 ω が $2.86 \text{ rad/sec} = 1.25$ の場合、すなわち塑性域の振動の一例である。塑性域の振動においては残留たわみが見られることが顕著な特徴であるが、この場合は弾性振動（図-2, $P=1.9$ 吨, $\omega=0.74 \text{ rad/sec} = 1.25$ ）と比較して、大差ないものと思われる。ここからはばりの長さ、 M に弾性限度のモーメント、 ω に円周振動数である。

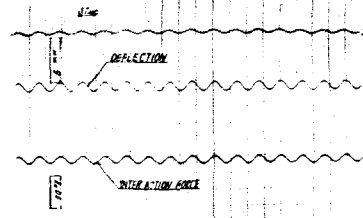


図-2

3. 解析方法と解析結果

次に梁の一部が塑性領域に入るような周期々による梁の動的応答を電算機によって解析した。その解析方法と結果について述べる。梁を図-3の様に n 等分し、各結点に質量と剛性を集中させる。時間 t_1 における i 点のたわみを $y_i(t_1)$ 、速度を $\dot{y}_i(t_1)$ 、加速度を $\ddot{y}_i(t_1)$ とする。 i 点におけるたわみとたわみ角 θ_i の関係は図-4より

$$\theta_i(t_1) = (-y_{i-1}(t_1) + 2y_i(t_1) - y_{i+1}(t_1)) / h \quad - (1)$$

であり、曲率中 i とたわみ角 θ_i の関係は

$$\phi_i(t_1) = \theta_i(t_1) / h \quad - (2)$$

である。次に曲げモーメントと曲率の関係より曲げモーメント M_i を計算する。断面が I 型の場合には断面の全高のウェブ高に対する比を RD 、全フランジ面積のウェブ面積に対する比を RA とすれば曲げモーメントと曲率の関係は

I $\phi / \phi_y \leq 1$ のとき

$$M / M_y = \phi / \phi_y$$

II $1 < \phi / \phi_y \leq RD$ のとき

$$M / M_y = \frac{6RA \cdot RD^3}{3RA(RD+1)^2 + 4(RD-1)} \left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{\phi}{\phi_y} \right)^3 \right] + \frac{\phi}{\phi_y} \left[1 - \frac{4RA \cdot RD^3}{3RA(RD+1)^2 + 4(RD-1)} \right]$$

III $RD < \phi / \phi_y$ のとき

$$M / M_y = \frac{6 \{ (RD+1) \cdot RA + 1 \} RD}{3RA(RD+1)^2 + 4} - \frac{RD^3}{3RA(RD+1)^2 + 4} \left(\frac{\phi}{\phi_y} \right)^3$$

と表わされ、特殊な場合として矩形の場合は $RD=1$ $RA=0.1$ とすれば良い。図-5は矩形の場合を示している。

図-6(A)を参照して垂直力のつりあいにより

$$-m_i \ddot{y}_i + V_i' - V_i + P_i = 0 \quad P_i: \text{慣性力(減地力)}$$

図-6(B)を用いて V を M で表わせば、時間 t_1 における加速度 $\ddot{y}_i(t_1)$ は

$$m_i \ddot{y}_i(t_1) = (M_{i-1}(t_1) - 2M_i(t_1) + M_{i+1}(t_1)) / h + P_i(t_1) \quad - (3)$$

より求める。そこで t_1 の微小時間 Δt 後を t_2 とすれば t_2 におけるたわみは次式より求める。

$$y_i(t_2) = y_i(t_1) + \Delta t \dot{y}_i(t_1) + \frac{1}{2} (\Delta t)^2 \ddot{y}_i(t_1) \quad - (4)$$

これより時間 t_2 ときの加速度 $\ddot{y}_i(t_2)$ を上記と同様に求めれば時間 t_2 における速度 $\dot{y}_i(t_2)$ は次式より求める。

$$\dot{y}_i(t_2) = \dot{y}_i(t_1) + \frac{1}{2} \Delta t [\ddot{y}_i(t_1) + \ddot{y}_i(t_2)] \quad - (5)$$

初期条件としてたわみおよびその速度を与えれば上式(1), (2), (3), (4), (5)を繰返すことにより、任意時間のたわみ、速度、曲げモーメント等が求まる。

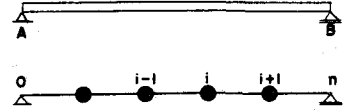


図-3

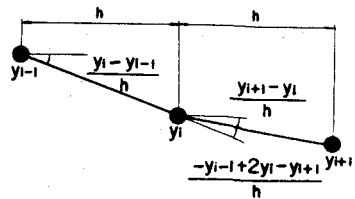


図-4

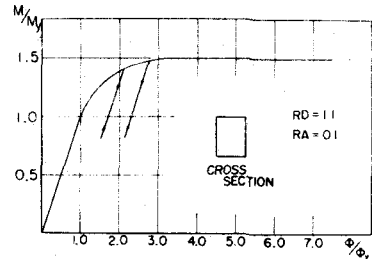


図-5

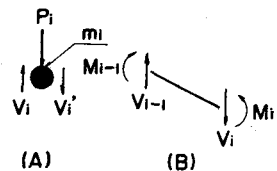


図-6

計算に当たってはまず分割数を幾つにするべきかが検討された。その結果、分割数が少ないほどたわみは大きく計算され、分割数が2の場合、正確値の約1.7倍、同様に4で約1.2倍、10で約1.04倍となり、さらに20とすれば十分正確な値となることが確認されたので本研究では20を用いた。次に微小時間間隔 Δt は大体次の様にとった。

$$\Delta t = \frac{1}{10} \frac{T_1}{n} \quad T_1: 1\text{次の固有周期}$$

n: 自由度数

これより幾分大きくと、こまざして影響はないが、大きくとりすぎると発散してしまう。

図-7は曲げモーメント-曲率関係を右上の図の様な複直線と仮定した場合、弾性たわみの1.5倍たわみで離したときの自由振動曲線である。これによると塑性域内の振動のとき周期が長くなり、また残留たわみが生ずることがわかる。図-8は曲げモーメント-曲率関係を矩形の場合の曲線として計算した場合の強制振動の一例である。この場合、荷重は最大で312N/Lであり弾性限度内の荷重であらうが、共振により0.085秒で中央の1英寸が塑性に入り、0.24秒で中央3英寸が塑性に入り、0.25秒で中央5英寸が塑性に入ることがわかった。

4. まとめ

弾塑性振動解析の第1歩として、単純ばりの一部が弾性限界を超えるような周期力を受ける梁の振動性状について実験および理論解析を行、た。現在までに得られた主な結果を列举すると次の様になる。

(1) 自由振動において初期条件の関係で、梁の一部が塑性領域に入るような振動では、梁の曲げモーメントと曲率の関係は一種のヒステリシス曲線を書いて振動し、残留たわみを生じ、振動振幅の限界が弾性範囲に入り、以後は弾性振動に近い状態を振動する。この場合、梁の減衰性については考察する必要があらう。

(2) 本研究の様に周期力を受ける場合は周期力の動的成分と静的成分の比 α や周期力の振動周期と梁の固有周期の関係 β 。で梁の動的応答が異なるが、梁は振動の初期で塑性領域に入り、その大きさが最大変位に達した後は弾性振動と同様の振動を行うようであるが、ただそこには一種の残留たわみがあらう変位を注目しなければならない。

(3) 本研究を行、た数値計算の結果は実験値の傾向をよく示しており、本数値計算の方法は今後、この種の解析を容易にし、種々の振動について理論的解析が可能となり、ひいては構造物の動的設計の一助となるものと思われる。本実験に二協力いただいた金沢大学工学部中村昭英教授に感謝の意を表します。

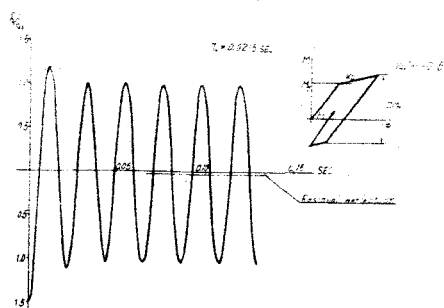


図-7

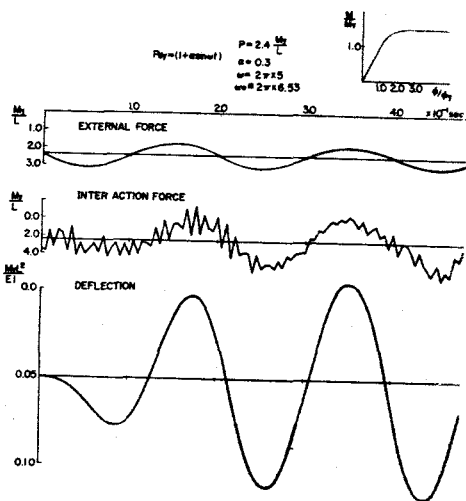


図-8