

岐阜高専 正員 渡部卓郎

## 1. はしがき

列車の繰返し衝撃荷重による軌道の強さは、その道床、路盤にいちぢるしく左右されやすいという事は、従来からしばしばいわれてきているところである。すなわち高速重量運転に対する軌道の強さの最弱点は道床、路盤であろうことはすでに広く認められてきている。したがって軌道の強化あるいは列車の高速化をはかるためには道床、路盤の動力学的研究を行ない、道床破壊機構の究明と路盤強化の対策を解明しなければならない。こうした観点から合理的な軌道構造に対する資料を提供すべく本研究をはじめたわけである。すなわち道床の振動性状を適確には握し、一方路盤強度を測定して逐次考察を進めていきたい。

## 2. 道床の振動とその実測結果・考察

列車が通過する前には静止していた道床中の1点は、列車通過時の振動によって有限の範囲において運動する。この場合道床バラストの運動は自由度の高い表面において最もいちぢるしく、表層から順次に安定を失って移動あるいは転落し、さらに列車速度が大になるといわゆる「たたき出し」の現象を生じ、ついにはまくら木を支える道床の機能を全く失うまでに破壊されるようになる。このような道床の振動に影響を及ぼすものは主として軌道関係では、路盤の性質、道床バラストの種類、まくら木種類、まくら木間隔、レール種別、レール締結方法、レールの継目および通り・高低・水準などの狂いなどであり、また車両関係では、軸重、軸距、ばね装置、ばね下荷重ならびに運転速度などであると考えられる。こうした多くの要素に支配される道床振動に関しては、一定加速度を尺度とすべきことが認められているので、この研究においても道床振動加速度を5gおよび2gの測定能力をもつBa形小形加速度計(固有振動数30~55c/s, 新興通信製)でもって測定した。なお測定場所は主として国鉄樽見線本巣北方付近である。

## a. 道床振動加速度

道床振動加速度は一般に列車速度の1乗ないしは2乗に比例することが実測上認められている。しかし本実験では営業列車のみしか運行せない関係上、上記のことについては確認していない。また加速度の方向は、いままでの実測例から上下方向が一番大きな値を示すことがわかっているので、この上下方向のみを調査の対象とした。その結果、列車速度60km/hにおける加速度値は0.3~1.6g程度が測定されている。

## b. 道床振動数

道床振動数についてはさきに高橋憲雄氏が弾性模型軌道における実験より2つの別な振動が合成されていることを報告されている<sup>1)</sup>。すなわち1つの振動は列車速度が増加するとこれに比例して振動数が増加していくもので、この振動は車輪がまくら木を越すごとに1つずつ起こる振動であり、強制振動のように車輪がまくら木をたたいて通っているとみることがができる。他の1つの振動は列車速度に無関係に常に一定の振動数をもったもので、これは軌道の弾力によって起こる自由振動とみることが

できるとしている。

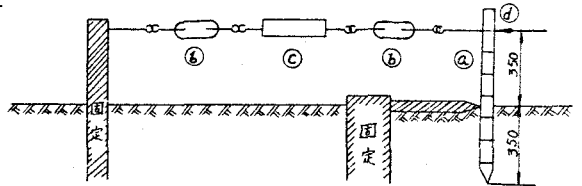
ここでわれわれがえた実験結果を記すと上下方向で 60~80 % の範囲にあり、これより道床振動数が列車の種類、道床、路盤の状態に余り関係なさそうではほぼ一定であろうことを示している。

### 3. 路盤の性質とその考察

軌道の支持力を支配する軌道の沈下および振動の発生は、一般に路盤が大きな影響を与えるといわれており、しかも路盤は軌道構造の基本をなすものと考えられる。すなわち路盤は軌道面にかかる列車荷重を破壊を生じることなく支持することができ、しかも降水や寒暑などの気象条件あるいは浸透水などの影響によって、その支持力が変化しないものでなければならぬ。また路盤内の応力の伝達および変形の状態は、その形状や構成材料などによって非常に異なったものとなるはずであって、道床、路盤の動的性質を究明するにあたっては、まず路盤自体の実体を知らなければならない。

#### a. 鉛直棒水平引張り試験による路盤係数の測定

図-1 に示したような鉛直棒を水平に引張って試験するという方法をとった。<sup>2)</sup> すなわち長さ 750 mm、直径 45 mm の steel pipe を 35 cm だけ路盤内に打ち込み、路面で anchor して 100 kg までの張力計を介して turn buckle で引張って頭部の変位と引張力を測定して、これから引張力-変位関係を求めてヒステリシス・ループをえ、しかる



- ① スティールパイプ
- ② ターン・バツフル
- ③ スプリング・バランス
- ④ ガイダルゲージ

図-1 鉛直棒水平引張り試験

の静的路盤係数  $K_0$  を算出することにした。その方法は以下の計算による。

$$\left. \begin{aligned} \Sigma H=0 \quad R &= P + \frac{d}{2} b K_0 \eta_a \\ \Sigma M=0 \quad Ph &= \frac{2}{3} d \frac{d}{2} b K_0 \eta_a \end{aligned} \right\} \therefore \eta_a = \frac{3Ph}{d^2 b K_0}$$

いま  $h=d$  となるように実験すれば上式より  $K_0 = \frac{3}{db} \frac{P}{\eta_a}$

ここで  $d=35 \text{ cm}$ 、 $b=45 \text{ cm}$  を代入すると路盤係数は次式で与えられる。

$$K_0 = 0.019 \frac{P}{\eta_a} \quad (\text{kg/cm}^2) \quad \dots \dots \dots (1)$$

式(1)によって路盤係数  $K_0$  を計算してみると、実験した範囲内では  $K_0 = 2 \sim 6 (\text{kg/cm}^2)$  であって「道床係数」より低い値が測定されていると考えられる。これは鉛直棒の打ち込みによる影響、路盤面の回転支点の完全固定が不完全であること、また計算で路盤係数を求めるにあたって円形断面を矩形断面と同様に取り扱ったことなどが関係して小さな値となっているものと考えられる。

#### b. 動的路盤係数

図-3 のような質量  $M (= \frac{W}{g})$ 、ばね定数  $k_0$  の振動系の自由振動数  $f_n$  は  $f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_0}{M}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_0}{W/g}}$  で与えられる。半無限の地表面に起振器を設置して地盤を加振する場合、一般に路盤の弾性を単なるばねのみでおきかえた場合には通常線形振動理論が適用されるので、上記の  $f_n$  式で振動数が与えられるわけである。この場合質量  $M$  としては厳密には起振器の質量  $M_0$  のみでなく路盤の振動質量  $M_1$  をも含まねばならない。ばねとして作用する土の量は不詳であって、図-3 のようなモデルに等価的に置き換えられたものという意味で  $M_0$  は仮想振動質量と呼ばれている。実際問題としては路盤の振動には減衰

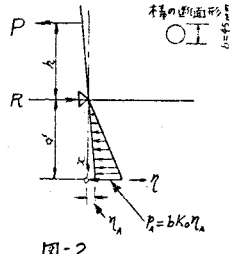


図-2

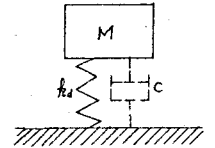


図-3 簡単な振動系

が入るが、この機構は十分解明されていないようであるのでここでは一応考慮外におく。したがって起振器-路盤系の自由振動数はつきのごとく表わされる。

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_d}{M_0 + M_1}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K A E}{W_0 + W_1}} \quad (2)$$

ここに  $A$  = 起振器の底面積、 $K_d$  = 路盤の弾性が一様に分布していると仮定した場合の単位面積当りのばね定数で路盤係数と呼ばれるもの。いま路盤係数を求める一つの方法として、起振器によって共振振動数（これは路盤の自由振動数に等しいと考える）を測定して、式(2)の変形された関係から計算することが多い。すなわち

$$K_d = 4\pi^2 f_n^2 \frac{W_0 + W_1}{A g} \quad (3)$$

振動問題ではこの動的路盤係数  $K_d$  を求めることが必要であるが、この場合  $W_0$  の値は十分わかっていない。

#### C. 静的路盤係数

$W_0$  を一応考慮外において図-4のような静荷重による繰返し試験における圧力-沈下曲線のヒステリシス・ループより  $K_0 = \tan \beta$  として  $K_0$  を求める方法がある。しかしこの方法もつきのような理由で満足すべきものではない。それは平板載荷試験などから類推されるように、同一荷重強度であっても接地面積の差異によって  $K_0$  の特性が変化するため、unique な  $K_0$  の値が求められないからである。

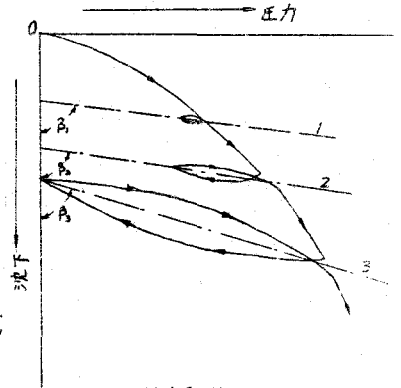


図-4 静荷重試験におけるヒステリシス・ループ

#### 4. 理論的考察

実験結果を考察するにあたって簡単のため一応軌道の振動を弾性基礎上にある両端単純支持のはり、走行荷重を受ける場合の振動問題として考えることにする。いま図-5に示すごとくレールを弾性基礎上にある単純はりと考え、左端に原点をとって水平軸を  $x$  軸とし右向きに正、沈下を  $y$  として上方を正とする。ここに  $E$  = はりの弾性係数、 $I$  = はりの水平中立軸に対する断面2次モーメント、 $\rho g$  = 基礎係数（基礎を単位だけ圧縮するに要するはりの単位長さ当りの荷重）、 $\gamma$  = はりの単位体積当りの重量、 $l$  = はりの長さ、 $g$  = 重力加速度 とすれば、このはりの振動の微分方程式は周知のごとく

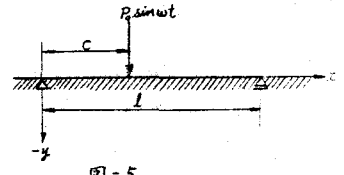


図-5

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho g y = -\frac{A \gamma}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (4)$$

と与えられる。いま自由振動を

$$y = X(A \cos pt + B \sin pt) \quad (5)$$

とおき、これを式(4)に代入すると、つぎの正規関数  $X$  に関する方程式がえられる。

$$EI \frac{d^4 X}{dx^4} + \rho X = \frac{A \gamma p^2}{g} X \quad (6)$$

ここで両端単純支持なることを考慮して  $X_i = \sin \frac{i\pi x}{l}$  とすれば  $X_i$  はこの場合の境界条件を満足する。この  $X_i$  を式(6)に代入すると

$$\rho^2 = \frac{E I \rho g^2}{A \gamma l^4} (i^4 + \frac{A \gamma l^4}{E I \rho g^2}) = \frac{\alpha^2 \pi^4}{l^4} (i^4 + \beta) \quad (7)$$

ただし  $\alpha^2 = \frac{E I \rho g^2}{A \gamma^2}$ 、 $\beta = \frac{A \gamma l^4}{E I \rho g^2}$ 、したがって振動数は

$$f_i = \frac{\rho}{2\pi} = \frac{\pi}{2l} \sqrt{\frac{E I \rho g^2}{A \gamma} (i^4 + \frac{A \gamma l^4}{E I \rho g^2})} \quad (8)$$

またこのはりの自由振動の一般解も周知のとおり次式で与えられる。

$$y = \sum_{i=1}^n X_i (A_i \cos pt + B_i \sin pt) \quad \text{----- (9)}$$

ここで  $A_i, B_i$  は初期条件より定まる定数である。

つぎにこのはりの強制振動をえるのに、時間間数を一般座標  $q_i$  で表わすことにすれば、たわみ  $y$  は次式となる。

$$y = \sum_{i=1}^n q_i \sin \frac{i\pi x}{l} \quad \text{----- (10)}$$

この場合の位置エネルギー  $V$  と運動エネルギー  $T$  は正規関数  $X_i = \frac{i\pi x}{l}$  が直交性を有することを考慮して計算を進めるとつぎのごとくなる。

$$\begin{aligned} V &= \frac{EI}{2} \int_0^l \left( \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^l y''^2 dx = \frac{EI}{2} \frac{\pi^2}{l^3} \sum_{i=1}^n q_i^2 \int_0^l \sin^2 \frac{i\pi x}{l} dx + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i^2 \int_0^l \sin^2 \frac{i\pi x}{l} dx \\ &= \frac{EI \pi^4}{4l^3} \sum_{i=1}^n q_i^2 + \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n q_i^2 \quad \text{----- (11)} \end{aligned}$$

$$T = \frac{AY}{2g} \int_0^l \left( \frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 dx = \frac{AY}{2g} \sum_{i=1}^n \dot{q}_i^2 \int_0^l \sin^2 \frac{i\pi x}{l} dx = \frac{AYl}{4g} \sum_{i=1}^n \dot{q}_i^2 \quad \text{----- (12)}$$

つぎに一般力を  $Q_i$  とすると Lagrange の方程式は

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} = Q_i \quad \text{----- (13)}$$

で表わされるので式(13)に式(11), 式(12) を代入すると、つぎの式(14)が求まる。

$$\frac{AYl}{2g} \ddot{q}_i + \frac{EI \pi^4}{2l^3} q_i + \frac{1}{2} q_i = Q_i \quad \text{----- (14)}$$

したがって式(14)を用いてつぎの式(15) がえられる。

$$\ddot{q}_i + p_i^2 q_i = \frac{2g}{AYl} Q_i \quad \text{----- (15)}$$

式(15) の一般解は定数変化の法により次式で与えられている。

$$q_i = A_i \cos pt + B_i \sin pt + \frac{2g}{p_i A l} \int_0^t Q_i \sin p_i (t-\tau) d\tau \quad \text{----- (16)}$$

いま左端より距離  $C$  の点で加振力  $P = P \sin \omega t$  がはりに作用する場合について考える。このときは

$$Q_i = P \sin \frac{i\pi C}{l} \sin \omega t \quad \text{----- (17)}$$

とあいて、式(16)に代入し外力による振動だけを考えると

$$q_i = \frac{2g}{p_i A l} P \sin \frac{i\pi C}{l} \left\{ \frac{1}{\pi^2 \alpha^2 (1^2 + \beta) - \omega^2 l^2} \sin \omega t - \frac{\omega}{l p_i (p_i^2 - \omega^2)} \sin p_i t \right\} \quad \text{----- (18)}$$

いま式(18)を式(10)に代入するとつぎのようになる。

$$y = \frac{2g P l^3}{YA} \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{\sin \frac{i\pi C}{l} \sin \frac{i\pi x}{l} \sin \omega t}{\pi^2 \alpha^2 (1^2 + \beta) - \omega^2 l^2} - \frac{\omega \sin \frac{i\pi C}{l} \sin \frac{i\pi x}{l} \sin p_i t}{l^2 p_i (p_i^2 - \omega^2)} \right\} \quad \text{----- (19)}$$

さらに式(19)より加速度を求めると

$$\ddot{y} = \frac{2g P l^3}{YA} \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{-\omega \sin \frac{i\pi C}{l} \sin \frac{i\pi x}{l} \sin \omega t}{\pi^2 \alpha^2 (1^2 + \beta) - \omega^2 l^2} - \frac{-p_i \omega \sin \frac{i\pi C}{l} \sin \frac{i\pi x}{l} \sin p_i t}{l^2 (p_i^2 - \omega^2)} \right\} \quad \text{----- (20)}$$

レールスパン中点に荷重の作用したときのその点に注目すると、 $C = \frac{l}{2}$  かつ  $x = \frac{l}{2}$  とおく。また  $\sin p_i t \leq 1$ ,  $\sin \omega t \leq 1$  であり、いま振幅のみに注目すると一般に  $\omega = 2\pi (1 \sim 10) \text{ sec}^{-1}$ ,  $p_i = 2\pi (60 \sim 90) \text{ sec}^{-1}$  である。すなわち  $p_i \geq p > \omega$  であるから式(20)の第2項は第1項より大きい。したがって第1項を第2項に対して無視すると次式となる。

$$\ddot{y} \approx \frac{2g P l^3}{YA} \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{P \omega \sin \frac{i\pi C}{l} \sin \frac{i\pi x}{l} \sin p_i t}{\pi^2 \alpha^2 (1^2 + \beta) - \omega^2 l^2} \right\} \quad \text{----- (21)}$$

なお数値計算例については講演時に示す。

#### 参考文献

- 1) 高橋寛雄：スピードアップと脱線，昭. 32. 3
- 2) 村山朝郎：土の切削強度の測定方法，材料試験，Vol. 4, No. 24, 昭. 30. 7