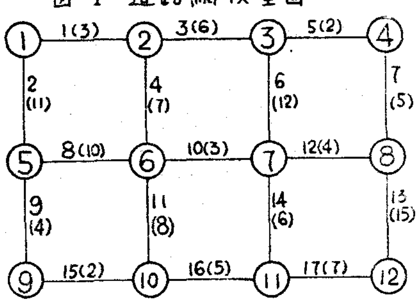
II－16　道路網におけるn位経路の探索理論と計算法について

岐阜大学工学部　正員　加藤　晃

交通配分の理論解析には種種の方法があるが、最近よく行なわれるものにネットワーク理論を応用し、電子計算機によって数値的に交通流をシミュレートさせる方法がある。このネットワーク・シミュレーションによる交通解析は電子計算機の論理回路をシミュレーターに使って計算機内に模型的に道路網を構成し、そこに交通量を与えて解析が進められる。この解析を行なうためにはシミュレーションの基礎になる理論を明確にしておく必要がある。　本報告は、このネットワーク理論を道路交通流解析に導入した場合、道路網・路線・経路・交通量など解析に必要な各項目の定義と経路探索の理論をまとめたものである。特に、路線競合を考慮した交通流の配分解析を行なう場合には、n位経路までの探索が必要となるが、ここではその場合の理論構成と計算法を明らかにした。

1 定　義

図－1 道路網模型図



まず、図－1のような道路網が与えられたとする。この道路網を点（以下ノードと称する）と、ノードとノードを結ぶ線（以下リンクと称する）の集合として考える。ノードは道路網を構成する交差点およびOD交通量の発着地の代表点と考えればよく、リンクは交差点間を結ぶ道路の区間に対応するものと考えればよい。いまリンクをSで表わしこれに方向性を考慮するとき、その始点ノードを$I(S)$とし、他の端点であるノードを$J(S)$とする。また各リンクSにはリンク評価値$E(S)$をつける。これをノードによって表わすとすれば$E(I,J)$と書くことができる。　図－1において○印はノードを示し、数字はリンク番号を、( )内の数字は評価値を示したものである。

したがって、解析対象道路網が決まった場合、この道路網をリンクとノードの集合で構成されるネットワークと考えて、リンクとノードのおのおのに付番する。リンクSの集合を$\mathcal{S}$、ノードI, Jの集合を$\mathcal{J}$とすれば、道路網Lが与えられたときそれはただちに$L=\{\mathcal{S},\mathcal{J}\}$として表現される。

いま道路網Lに属する任意の2つのノードI_o, I_dをそれぞれ出発点、目的点とする経路$Q_k(I_o, I_d)$をつぎのように定義する。リンクS_i（$i=1,2,\cdots,g$）とノードI_i（$i=1,2,\cdots,g-1$）の集合があってこれらの集合が式(1)を満足させるとき、S_i, I_iの集合を経路と定義する。

$$I(S_1)=I_o\ ;\quad J(S_i)=I(S_{i+1})=I_i\ \ (i=1,2,\cdots,g-1)\ ;\quad J(S_g)=I_d \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

経路は式(2)とも表わせる。I_o, I_d間の経路は1本と限らないので下添字kによって区別する。

$$Q_k(I_o, I_d)=\{S_i,\ I_i\} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

またI_o, I_d間のすべての経路の集合を$Q(I_o, I_d)$と書けば、式(3)のように表現できる。

$$Q(I_o, I_d)=\{Q_k(I_o, I_d)\mid k=1,2,\cdots,n\} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

経路$Q_k(I_o, I_d)$は必ず経路評価値$E(Q_k)$をもち、これは式(4)のようにリンク評価値より求められる。

$$E(Q_k(I_o, I_d))=\sum_{S\in Q_k}E(S) \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

このとき、最小の経路評価値 E_1 をもつ経路 Q_k を第1位経路（最適経路）とすれば、式(5)によって計算される。

$$E_1(I_o, I_d)=\min_{Q_k\in Q} E(Q_k(I_o, I_d)) \quad\cdots\cdots(5)$$

なお、式(5)の条件を満たす経路が2本以上存在するときには（これは同値の E_1 をもつときに生ずる）いずれか一方をとるものとする。

いま $Q_k=R_1(I_o, I_d)$ と書くことにする。さらに定式化の便宜上 $\Pi_2=\{R_1\}$ とおくことにすれば第2位経路は経路評価値として式(6)を持つ経路 Q_k であって、

$$E_2(I_o, I_d)=\min_{Q_k\in Q-\Pi_2} E(Q_k(I_o, I_d)) \quad\cdots\cdots(6)$$

$Q_k'=R_2(I_o, I_d)$ とする。一般に、第 n 位の経路は、Π_n を式(7)と表わせば式(8)の経路評価値

$$\Pi_n\{R_i \mid i=1,2,\cdots,n-1\} \quad\cdots\cdots(7)$$

$$E_n(I_o, I_d)=\min_{Q_k\in Q-\Pi_n} E(Q_k(I_o, I_d)) \quad\cdots\cdots(8)$$

を持つ経路 Q_k として求まる。ここで $Q_k(I_o, I_d)=R_n(I_o, I_d)$ と表わすことにする。2つのノード間の経路が定義されたが、この経路をたどるために先行ノードを定義しておく。すなわち、1つの経路 $R_k(I_o, I_d)$ をとり、式(9)の関係が成立する状態で

$$J(S_i)=I_i\in R_k(I_o, I_d) \quad\cdots\cdots(9)$$

式(10)の条件

$$I(S_i)=I_{i-1}\in R_k(I_o, I_d) \quad\cdots\cdots(10)$$

を満足する I_{i-1} を I_i の先行ノードといい、$F(I_i)=I_{i-1}$ と表わす。

一方、L と同じ要素を持つ集合 $L^1, L^2, \cdots, L^n$ を定義し、これらをそれぞれ第 $1,2,\cdots,n$ 探索面という。これらの集合はつぎのような意味を持つ。

いま、道路網中の任意の出発点ノード I_o を固定し、I_o を除くすべてのノード I_i にいたる第1位経路 $R_{1i}(I_o, I_i)$ の要素 I_k, S_k は第1探索面 L^1 に属するとし、後述する I_k, S_k と区別するために I_k^1, S_k^1 と書くことにする。また $R_{1i}(I_o, I_d)$, $R_{2i}(I_o, I_d)$ において $R_{2i}(I_o, I_i)$ の先行ノードを、

$$F(I_i)=I_{i-1},\ F(I_{i-1})=I_{i-2},\ \cdots\cdots,$$

と順次さかのぼり、はじめて式(11)が成立しかつ式(12)を満足するとき、

$$I_j\in R_{1i}(I_o, I_i)\cap R_{2i}(I_o, I_i) \quad\cdots\cdots(11)$$

$$\left.\begin{aligned} F(I_j)&\notin R_{1i}(I_o, I_i)\\ F(I_j)&\in R_{2i}(I_o, I_i)\end{aligned}\right\} \quad\cdots\cdots(12)$$

$F(I_j)$, I_j を端点とするリンク S_j を分岐といい、I_j から I_i にいたるノード I_k, リンク S_k を改めて I_k^2, S_k^2 と書き、これらを要素とする経路を $R_{2i}^*(I_o, I_d)$ と表わす。このとき、任意の $I_k^2\in R_{2i}^*(I_o, I_i)$, $S_k^2\in R_{2i}^*(I_o, I_i)$ は第2探索面 L^2 に属すると定義する。さらにまた $R_{3i}(I_o, I_i)$ の先行ノードを前と同じように

$$F(I_i)=I_{i-1},\ F(I_{i-1})=I_{i-2},\ \cdots\cdots$$

とさかのぼり、はじめて式(11')が成立しかつ式(12')を満足するとき

$$I_j \in R_{1i}(I_0, I_i) \cap R_{2i}(I_0, I_i) \cap R_{3i}(I_0, I_i) \quad \cdots\cdots (11')$$

$$\left.\begin{array}{l} F(I_j) \notin R_{1i}(I_0, I_i) \cup R_{2i}(I_0, I_i) \\ F(I_j) \in R_{3i}(I_0, I_i) \end{array}\right\} \quad \cdots\cdots (12')$$

I_jからI_iにいたるノードI_k, S_k をI_k^3, S_k^3と書き、これらを要素とする経路を $R_{3i}^*(I_0, I_\alpha)$ と表わし、同時に I_k^3, S_k^3 は第3探索面 L^3 に属すると定義する。同様に I_k^n, $S_k^n \in L^n$ を定義することができる。

2. 解　析

a) 道路網Lに属するノードI_0を固定して、ほかのすべてのノードI_iへの第1位経路 $R_{1i}(I_0, I_i)$ の集合を K とするとき、K_1をミニマム・ツリーという。このミニマム・ツリーは絶対に接合しない。すなわち、任意の$I_j \in R_{1i}$をとれば $F(I_j)$はただ一つ定まる。したがって第1位経路は各OD交通の経路 $Q_k(I_0, I_\alpha)$ ごとにただ1本のみが求まる。

b) 第k位経路 $R_{ki}(I_0, I_i)$ の集合を K_kとする。任意の K_k, K_ℓ に属する経路 $R_{ki}(I_0, I_i)$ および $R_{\ell j}(I_0, I_j)$ は接合しない。

c) I_0, I_αを固定し、任意の $I_i \in R_{k\alpha}(I_0, I_\alpha)$ をとるとき、式(13)の関係があって

$$I_{i-1} = F(I_i) \in R_{k\alpha}(I_0, I_\alpha) \quad \cdots\cdots (13)$$

この I_i, I_{i-1} に対して、式(14)が成立するならば

$$E(R_{1i}(I_0, I_i)) \geqq E(R_{1i-1}(I_0, I_{i-1})) \quad \cdots\cdots (14)$$

$R_{k\alpha}(I_0, I_\alpha)$は接合しない。

3. 計算法

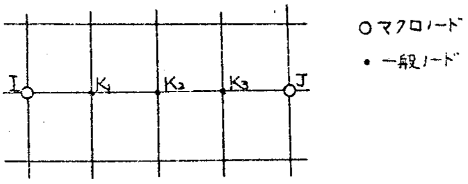
n位経路探索は、各探索面 L^k のノード I_i^k に対して、ラベル[Sgn, $E_k(I_0, I_i)$, $F_k(I_i)$, k]をつけて行なうことにする。ここに Sgn は符号の意味である。

（1） まず各探索面 L^k のすべてのノード I_i^k にラベル〔+, ∞, Δ, k〕をつける。Δ印の部分は空白のことである。

（2） 第1探索面 L^1 のノード I_0^1 にラベル〔−, 0, Δ, 1〕をつける。他の探索面 L^k のノード I_0^k には、ラベル〔+, 0, Δ, k〕をつける。

（3） ラベル〔−, $E_k(I_0, I_i)$, $E_k(I_i)$, k'〕のように符号部分がマイナスのラベルを持つ第k探索面 L^k のノード I_i^kをとり、I_i^k を始点とするすべてのリンク S_j を探し、ノード $J(S_j)$についてつぎのラベリングを行なう。

図-2 マクロリンク



$E(R_1(I_0, I_j)) \geqq E(R_1(I_0, I_i))$の状態で

a) $E_k(I_0, I_j) > E_k(I_0, I_i) + E(S_j)$ ならば

$E_k^*(I_0, I_j) = E_k(I_0, I_i) + E(S_j)$

$F_k^*(I_j) = I_i, \quad k^* = k$

として、ノードI_j^kにラベル〔−, $E_k^*(I_0, I_j)$, $F_k^*(I_j)$, k^*〕をつけ、さらに I_j^kのもとのラベルを I_j^{k+1}に、I_j^{k+1} のもとのラベルを I_j^{k+2}に、……と順次つけていく。

b) $E_k(I_0, I_j) \leqq E_k(I_0, I_i) + E(S_j)$ ならば、ノード I_j^k にはラベルづけを行なわない。

c) つぎに (b)のとき

$E_{k+1}(I_0, I_j) > E_k(I_0, I_i) + E(S_j)$ ならば

$E_{k+1}^*(I_0, I_j) = E_k(I_0, I_i) + E(S_j)$

$F_{k+1}^*(I_j) = I_i, \quad (k+1)^* = k$

として (a)のようにラベルづけを行なう。そうでないときには $k+1$ を $k+2$ として、いずれかの探索面の I_j にラベルづけが行なえるまでつづける。

(4) このようにして I_i を先行ノードとするすべての I_j にラベルづけがすんだとき、I_i^k のラベルの符号部分をプラスにして (3)をくりかえす。

(5) すべての探索面のノードのラベルの符号がプラスになったとき、I_0 を出発点とする経路探索が終了したことになる。

すなわち、第k探索面 L^k のノード I_i^k をとれば、I_0, I_i 間の第k位経路 $R_{ki}(I_0, I_i)$ はつぎのようにしてわかる。I_i^kよりはじめて、ラベルのk部分がkならば同じ第k探索面 L^k の $F_k(I_i) = I_{i-1}^k$ をとり、k部分が$\ell(<k)$ ならば (I_i^k は分岐の終点である) 第ℓ探索面のノード $F_k(I_i) = I_{i-1}^\ell$ をとる。これをくり返して、最後に第1探索面 L^1 の I_0 に達することができる。

4 道路網のグレーディング

この方法で、道路網における交通流解析を行なう場合には、道路網を構成するリンクのグレーディングを必ず行なう必要がある。このことを怠ると折角n位までの経路解析を行なつても、国の幹線道路を走行する長距離交通が一般の都市計画街路や地方道路に流れるような現実に合わない現象をシミュレートすることがしばしば生ずる。これを除くためには、道路網を構成するノード、リンクを数個結合して新しく一本のマクロリンクを作り、マクロリンクの集合による道路網を一般道路網の上に重ねて解析を行えばよい。道路網の中に長距離交通と局部的な交通とを同時に含んで解析を進める場合には必ずこの配慮を必要とする。

マクロリンクは次のように定義すればよい。いま図-2 のような道路網の一部をとり上げて、IK_1, K_1K_2, K_2K_3, K_3J のリンクで IJ 区間を1つのマクロリンクとするとき、マクロリンクを I^*J^*とすれば式(15) のように定義できる。マクロ道路網では*印のついているノードのみが交通流交換ができるところと考えればよい。

$$I^*J^* = (IK_1) \cup (K_1K_2) \cup (K_2K_3) \cup (K_3J) \quad \cdots\cdots (15)$$

一般には、計画者が幹線道路網の構成を解析に先立ち決定しておけば、マクロ道路網のリンク群を式(16), (17)のように定めて計算機の中に情報を送ることができる。

$$I^* = I(S_1) \quad ; \quad J^* = J(S_r) \quad \cdots\cdots (16)$$

$$I^*J^* = (I_0K_1) \cup (K_1K_2) \cup \cdots\cdots \cup (K_{r-1}J_r) \quad \cdots\cdots (17)$$

マクロリンクが定義できれば、前節までの解析論理とあわせて道路のグレーディングを考慮してn位までの交通解析が行なえるから、この方法が交通流配分のシミュレーションとしてかなり有用となつてくる。