

名古屋工業大学 正 員 渡辺 新三

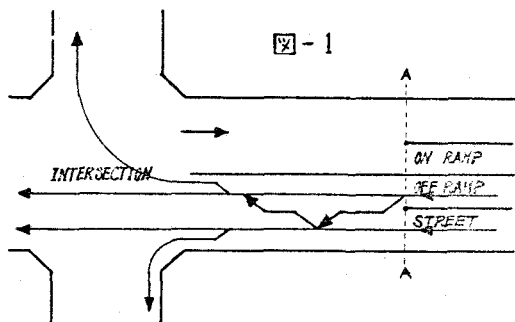
名古屋工業大学 学生員 ○菅沼健次郎

1. まえがき

都市高速道路は都市内における自動車の高速交通を可能にするが、この都市高速道路と一般街路の接点であるON RAMP WAYおよびOFF RAMP WAY附近においてはその設計および配置が適切でないといふ新たな交通混雑が引き起され道路の容量がこの地点で支配されることも予想される。本研究においてはこのような観点からとくにOFF RAMP WAYの交通処理についての一考察を述べることにする。

都市高速道路のOFF RAMPの設置位置は図-1のように街路の中央部に設けられ、そのOFF RAMPの前方に街路の平面交差点があるような場合が多く見られるので、本研究においてはこのような位置条件をもったOFF RAMPについて考察する。OFF RAMPと平面交差点との間においてはOFF RAMPからの交通と街路交通との合流がおこなわれ、そのためにかなり複雑な現象が起っている。つまり高速道路からの交通および街路交通は前方の交差点で直進、右折および左折のいずれかをおこなうが、高速道路からの左折車は街路交通を交差点までに横切らねばならないし、街路交通のうちの右折車は同様に高速道路からの交通流を交差点までに横切らねばならない。

ここで一つの問題が提起される。それは、もしOFF RAMPの位置が交差点に近づき過ぎていると、この右左折が非常に困難となり、この地点において交通渋滞が引起されることになる。よって以下OFF RAMPと交差点間の距離をどのくらいにした場合渋滞を起すことなく交通を流しうるかについて考察する。



2. OFF RAMPと交差点間の交通現象

この交通現象の理論的考察にあたってはつぎのように考える。

① 高速道路から街路に入ってくる車のうち前方の交差点で直進および右折するものは図-1のごとく直進し、交差点の手前で右折車のみが分流し右折車線へ入る。

② 高速道路から街路に入ってくる車のうち前方の交差点で左折するものは図-1のごとくOFF RAMPを出るとすぐに直進および右折車から分流し、合流待ち車線を街路交通へ合流する機会をうかがいながら走行し、機会があれば合流し、交差点手前で左折車線へ分流する。

③ 街路交通のうち交差点で直進および左折するものは図-1のごとく直進し、左折車のみが交差点手前で分流し左折車線へ入る。

④ 街路交通のうち交差点で右折するものは直進および左折車から分流し合流待ち車線で高速道路からの交通に合流する機会をうかがいながら走行し、機会があれば合流し、交差点手前で右折車線へ入る。

3. 合流待ち時間の確率密度関数

合流待ち時間の確率密度関数は、OFF RAMPからの左折車が街路交通と合流する場合のものと、街路交通の右折車が高速道路からの交通と合流する場合のものの二者が考えられる。この二者とも同様の考察により求めることができるので、本論文においては前者のみについて解析する。

OFF RAMPからの左折車が図-1のA-A点を通過した時刻を時刻の原点0とする。この車が時刻 t まで街路交通に合流する機会をうかがいながら走行し、時刻 t と $t+dt$ の間にA-A点を通過してから n 台目の街路交通に追い抜かれる確率を $u_n(t)dt$ とする。これは時刻 t 以前に $(n-1)$ 台の車に追い抜かれ、そして $(n-1)$ 台目と n 台目の車の間に合流できなかったことより起こるので、 $u_{n-1}(t-x)dt$ を時刻 $(t-x)$ に $(n-1)$ 台目の街路交通に追い抜かれる確率、 $g(x)dx$ をその後 x 時間経過して n 台目の車に追い抜かれる確率、 $a(x)$ を、合流待ちしている車を基準とした街路交通の車頭時間々隔が x のとき、合流待ちしている車が合流できる確率とすると

$$u_n(t)dt = \int_0^t u_{n-1}(t-x)dt \cdot g(x)\{1-a(x)\}dx \quad (n \geq 2) \quad (1)$$

$n=1$ に対しては $g_0(t)dt$ を時刻 t まで K 台も追い抜かれず、 t と $t+dt$ の間に1台目の車に追い抜かれる確率とすると

$$u_1(t)dt = g_0(t)\{1-a(t)\}dt \quad (2)$$

(1)式および(2)式の $u_n(t)dt$ を n について無限大まで加え両辺の dt を消去すると時刻 t までに合流できずに走行し、時刻 t と $t+dt$ の間にまた1台の車に追い抜かれる確率密度 $U(t)$ がえられる。

$$U(t) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(t) = g_0(t)\{1-a(t)\} + \int_0^t U(t-x)g(x)\{1-a(x)\}dx \quad (3)$$

時刻 t に n 台目の車に追い抜かれ、その車とつぎの車との間に合流できる確率密度関数を $w_n(t)$ とすると

$$w_n(t) = U_n(t) \int_0^{\infty} g(x)a(x)dx \quad (n \geq 1) \quad (4)$$

OFF RAMPを出てすぐに合流できる確率は

$$w_0(0) = \int_0^{\infty} g_0(x)a(x)dx \quad (5)$$

$w_n(t)$ を n について0から無限大まで加えると時刻 t まで合流待ち走行する確率密度関数 $w(t)$ がえられる。

$$w(t) = w_0(0)\delta(t) + \sum_{n=1}^{\infty} w_n(t) = \delta(t) \int_0^{\infty} g_0(x)a(x)dx + U(t) \int_0^{\infty} g(x)a(x)dx \quad (6)$$

ここに $\delta(t)$ はデルタ関数である。

$$C = \int_0^{\infty} g(x)a(x)dx \quad (7)$$

$$C_0 = \int_0^{\infty} g_0(x)a(x)dx \quad (8)$$

とすると(6)式は

$$w(t) = \delta(t) \cdot C_0 + U(t) \cdot C \quad (9)$$

上式の両辺をラプラス変換すると

$$W(S) = C_0 + U(S)C \quad (10)$$

ただし、 $W(S)$ および $U(S)$ は $w(t)$ および $u(t)$ のラプラス変換である。

また、(3)式をラプラス変換すると

$$U(S) = \gamma_0(S) + U(S)\gamma(S) \quad (11)$$

$$\text{ここに } \gamma_0(S) = \mathcal{L}\{g_0(t)(1-a(t))\}, \quad \gamma(S) = \mathcal{L}\{g(t)(1-a(t))\} \quad (12)$$

(11)式より

$$U(S) = \gamma_0(S) / \{1 - \gamma(S)\} \quad (13)$$

(13)式を(10)式に代入すると

$$W(S) = C_0 + \gamma_0(S)C / \{1 - \gamma(S)\} \quad (14)$$

故に(14)式をラプラス逆変換することにより、合流待ち時間の確率密度関数 $w(t)$ が求められる。

$$w(t) = \mathcal{L}^{-1}\{W(S)\} \quad (15)$$

4. $g(x)$ と $g_0(x)$ との関係

$g(x)$ は合流待ちしている車がある車に追い抜かれた時から x 時間後に次の車に追い抜かれる確率密度関数であり、これは車の車頭時間々隔（合流車を基準とした）の分布の確率密度関数に等しい。しかし、 $g_0(x)$ はある任意の時刻から x 時間後にはじめて車に追い抜かれる確率密度関数である。この $g(x)$ と $g_0(x)$ との関係を導くと次のようになる。

$$g_0(x) = \left\{ 1 - \int_0^x g(x) dx \right\} / m \quad (16)$$

ここに m は平均車頭時間々隔である。

5. 車頭時間々隔が x のとき合流できる確率 $Q(x)$

交通流に合流しようとする場合その交通流の車頭時間々隔がある値以上にならないと衝突の危険のため合流することができない。車頭時間々隔が x のとき合流できる確率に対し、次のようないくつかの関数型が考えられている。

$$\textcircled{1} \text{ 階段型 } \begin{cases} Q(x) = 0 & 0 \leq x \leq T \\ Q(x) = 1 & T \leq x \end{cases} \quad (17)$$

車頭時間々隔がある一定時間 T 以上であつたら必ず合流できるとするものである。

$$\begin{array}{l} \textcircled{2} \text{ 直線型} \\ \textcircled{3} \text{ 指数型} \\ \textcircled{4} \text{ 放物線型} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{関数形は省略} \end{array} \right.$$

6. 合流待ち走行距離

(15)式を 0 から t まで積分すると高速道路からの交通のうちの左折車が街路交通に合流するための待ち時間の分布関数 $P_{0s}(t)$ がえられる。

$$Y = P_{0s}(t) = \int_0^t w(t) dt \quad (18)$$

故に

$$t_{os} = P_{cs}^{-1}(Y) \quad (0 \leq Y \leq 1) \quad (19)$$

Yの値を任意に決定すれば(たとえば0.98)Yの確率で合流できる合流待ち時間 t_{os} が求まる。また合流待ちしている車の走行速度を v とすれば合流待ち走行距離 D_{os} は次のようになる。

$$D_{os} = v \cdot t_{os} \quad (20)$$

街路交通のうちの右折車がOFF RAMPからの交通流に合流する場合の合流待ち走行距離 D_{so} も同様にして求めることができる。

故に合流待ちに要する距離Dは次のようになる。

$$D = D_{os} + D_{so} \quad (21)$$

7. D_{os} および D_{so} の計算例

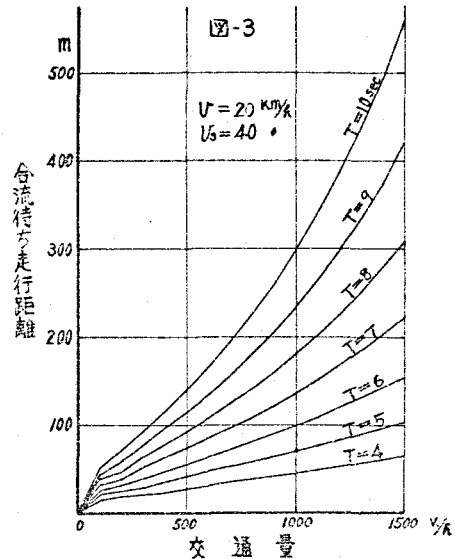
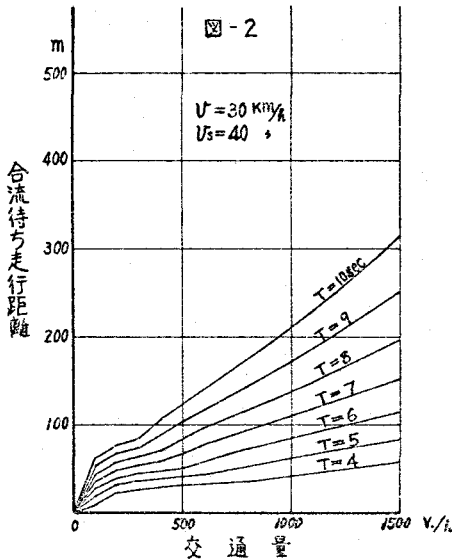
合流される交通流の車頭時間々隔の分布 $g(x)$ を指数分布と仮定すると、(16)式より $g_o(x)$ は

$$g_o(x) = g(x) = \mu e^{-\mu x} \quad (22)$$

ここに μ は、速度 v で走っている車より見た、速度 v_s で走っている交通流の交通量である。この交通量は静止点より見た交通量 λ と次のような関係がある。

$$\mu = \lambda (v_s - v) / v_s \quad (v_s > v) \quad (23)$$

以上のような仮定のもとに各値に対して D_{os} あるいは D_{so} の値を求めてみたのが図-2、図-3である。なおこの計算にあたりYの値は0.98とした。



8. 結論

上記Dの値に交差点における横断待ち車の行列長Sを加えた値以上OFF RAMPを交差点からはしっておけばよい。このSについては後の機会に発表するつもりである。

参考文献

FRANK A. HAIGHT: "MATHEMATICAL THEORIES OF TRAFFIC FLOW" ACADEMIC PRESS 1963

D. H. EVANS & R. HERMAN: "THE HIGHWAY MERGING AND QUEING PROBLEM" J. Ops. Res. Soc. Am. 12. 6. 1964