

I-11 地盤上のはりの一塑性計算

信州大学工学部 正員 草間孝志

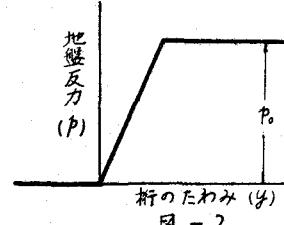
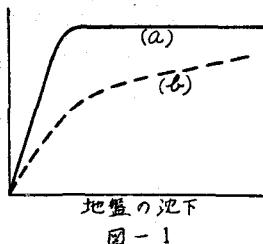
(1) 要旨 構造物の上部構造と基礎構造とは密接な関係がある。例えは上部構造の塑性解析によつて求められる崩壊荷重以下の荷重で、もし基礎が崩壊するならば、構造物全体としての崩壊荷重は上部構造の崩壊荷重より小さい値となり、このようなくきには基礎の崩壊荷重が問題となろう。従来連続フーチングの設計には、まず地盤の極限支持力を求めこれに適当な安全率と許容沈下量とを考慮して許容耐力を求める。次に柱に働く力をフーケングの有効面積で割つてその値が許容耐力以下になるように設計すると云ういはば弹性設計が行なわれている。このような基礎の設計の際にも、上部構造と同様塑性設計をすることが考えられよう。それには地盤上の桁はどのような経過をたどつて崩壊に到達するのか、地盤ならびに桁の強さと崩壊荷重とはどのような関係にあるであろうかが問題となる。これらの問題を少しても明らかにすることによって、構造物の設計に際し、構造計画を上部構造基礎構造の両者をふくめた全体的な計画に近づけることができるものと考えられる。しかしながら地盤は非常に複雑な性質を有するものであつて、取扱いにくい問題があまりにも多い。

本報告はまず地盤を理想化し、その理想化した地盤上の桁に单一荷重が作用したときの崩壊荷重と崩壊に至る経過を計算したものである。

(2) 桁ならびに地盤に対する仮定 桁は完全弾塑性体であるとし、せん断力の影響は無視する。次に地盤に対しては、地盤の載荷試験の結果によると締つた砂質土ならびに硬い粘性土の場合には荷重沈下曲線は図-1の曲線(a)のように始め沈下量は荷重に比例して増加するが荷重に達すると沈下量は急激に増大して降伏性状を呈し、極限支持力を明瞭に判定することができ、ゆるい砂質土、軟かい粘土の場合には図-1の曲線(b)のようになると云われている。一方弾性限界内にある地盤上の桁に働く接地圧力は沈下量に比例すると云うWinklerの仮定のもとに取り扱われBardenによつてその妥当性が実験的に検討されてい

る。そこで図-1に示す荷重沈下曲線を理想化し、かつ地盤には負の反力が生じないことを考慮して地盤は次のような性質を有するものと仮定した(図-2)

- i) 桁のたわみ γ が $\gamma > 0$ にして地盤反力 P が極限支持力 P_0 より小さい間は地盤はWinkler地盤とする。
 - ii) 桁のある点の地盤反力 P が P_0 に達するとその点の地盤は塑性状態となり、以後の荷重増加に対してはその点における P は P_0 より大となることはない。
 - iii) 桁のたわみ γ が $\gamma \leq 0$ なるときには常に $P = 0$ である。
- なお、こゝに示した計算は桁の自重を無視し、かつ桁はかなり長い(桁の両端で $\gamma = 0$ が常に成り立つ程度に長い)ものとした場合である。



(3) 腐壊に至る経過　曲げ剛さ EI ，接地巾 B ，全塑性モーメント M_o のかなり長い杭が，地盤係数 γ_0 (kN/cm^2)，極限支持力 P_0 の地盤上にあり，杭に单一集中荷重 P が働いているものとする。
 (図-3). 杭ならびに地盤が弾性限界にあるとき，杭の接地長さ $2l$ ，最大たわみ y_0 ，最大モーメント M_o ，最大地盤反力 P_0 はそれぞれ次のようになる。(図-3(a))

$$2l = \pi/\lambda, \quad y_0 = \frac{P\lambda}{2Bk}, \quad Catt \frac{\pi}{2} = 0.545 P\lambda/Bk, \quad M_o = \frac{P}{4\lambda} Catt \frac{\pi}{2} = 0.273 \frac{P}{\lambda} \quad (1)$$

こゝに $\lambda = \sqrt{Bk}/4EI$ である。荷重の増加に伴ないC点が全塑性モーメント M_o に達したとすると，そのときの荷重ならびにC点の単位面積当たりの地盤反力は

$$P = 4\lambda M_o \tanh \frac{\pi}{2} = 3.669 \lambda M_o, \quad P_0 = \frac{2\lambda^2}{B} M_o.$$

となる。いま極限支持力 P_0 を $P_0 = \gamma_0 \lambda^2 M_o / B$ とおくと $\gamma_0 = B P_0 / \lambda^2 M_o$ となって γ_0 は杭と地盤の性質によって求まる定数である。そして γ_0 と P_0 の比較により次のような関係が得られる。

i) $\gamma_0 > 2$ なるときには，C点にて地盤よりさきにます杭が降伏する。

ii) $\gamma_0 < 2$ なるときには，C点にて杭よりさきにます地盤が降伏する。

iii) $\gamma_0 = 2$ なるときには，C点にて地盤と杭が同時に降伏する。

$\gamma_0 = 2$ のときは特別な場合となるので以下 $\gamma_0 < 2$ の場合に対して崩壊までの数値計算を行つた。計算に用いた記号を記すと， α , β , γ を係数とし，

$P = \alpha \lambda M_o, \quad M = \beta M_o, \quad P = \gamma \lambda^2 M_o / B$ とおいたとき，C点のモーメントが M_o (C点にて $\beta = 1$)になつたときの α を α_1 ，C点の接地圧が P_0 (C点にて $\gamma = \gamma_0$)になつたときの α を α_2 とし，杭が崩壊したときの α を α_u と定めた。なお地盤の塑性領域の長さ (図-3(b)) を δ とした。

i) $\gamma_0 > 2$ の場合 ($\alpha_1 < \alpha < \alpha_u$) i) $\alpha \leq \alpha_1$ のときは杭と地盤は弹性であるから式(1)がなりたち。図-4, 5の直線(a)のようになる。なお $\alpha_1 = 3.669$ である。

ii) $\alpha_1 \leq \alpha \leq \alpha_u$ のときは杭のC点は塑性ヒンジとなるが地盤は弹性である。この場合の接地長 l を求める式は $y_0 = 0$ なる条件より式(2)が得られる。計算結果を図-4, 5の曲線(b)に示した。

$$4 \operatorname{Sinh} \lambda l \sin \lambda l - \alpha (\operatorname{Cosh} \lambda l \sin \lambda l - \operatorname{Sinh} \lambda l \cos \lambda l) = 0 \quad (2)$$

α_u 値を求めるにはC点にて $\gamma = \gamma_0$ とおくと式(3)を得る。

$$\gamma_0 (\operatorname{Sinh}^3 \lambda l - \sin^3 \lambda l) + 2 (\operatorname{Sinh}^2 \lambda l + \sin^2 \lambda l) - \alpha (\operatorname{Sinh} \lambda l \operatorname{Cosh} \lambda l - \sin \lambda l \cos \lambda l) = 0 \quad (3)$$

式(2), (3)の連立方程式を解くと α_u ならびにそのときの入力 λl が求まる。図-6に α_u 曲線を示した。

iii) $\alpha_1 \leq \alpha \leq \alpha_u$ このときの状態を図-3(b)に示す。D点での連続条件を用いることによって

$$\left. \begin{aligned} & (\lambda - 2\gamma_0 \lambda s) [\operatorname{Sinh}(\lambda - \lambda s) \cos(\lambda - \lambda s) - \operatorname{Cosh}(\lambda - \lambda s) \sin(\lambda - \lambda s)] + 2[\lambda - \alpha_1 \lambda s + \gamma_0 (\lambda s)^2] \operatorname{Sinh}(\lambda - \lambda s) \sin(\lambda - \lambda s) = 0 \\ & (\lambda - 2\gamma_0 \lambda s) [\operatorname{Sinh}(\lambda - \lambda s) \operatorname{Cosh}(\lambda - \lambda s) - \sin(\lambda - \lambda s) \cos(\lambda - \lambda s)] - [\lambda + 2 - \alpha_1 \lambda s + \gamma_0 (\lambda s)^2] \operatorname{Sinh}^2(\lambda - \lambda s) + [\lambda - 2\alpha_1 \lambda s - \gamma_0 (\lambda s)^2] \sin^2(\lambda - \lambda s) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

を得る。式(4)を解くと λl , λs が求まる。結果を図-4, 5の曲線(c)に示した。 α_u の計算は後述する。

ii) $\gamma_0 < 2$ の場合 ($\alpha_1 < \alpha < \alpha_u$) i) $\alpha \leq \alpha_1$ のときは杭と地盤とも弹性であり、式(1)がなりたつ。このときの α_u の値は $\alpha_u = 3.669 \gamma_0 / 2$ である。ii) $\alpha_1 \leq \alpha \leq \alpha_u$ このときには次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} & (\lambda - 2\gamma_0 \lambda s) [\operatorname{Sinh}(\lambda - \lambda s) \cos(\lambda - \lambda s) - \operatorname{Cosh}(\lambda - \lambda s) \sin(\lambda - \lambda s)] + 2[\lambda - \alpha_1 \lambda s + \gamma_0 (\lambda s)^2] \operatorname{Sinh}(\lambda - \lambda s) \sin(\lambda - \lambda s) = 0 \\ & (\lambda - 2\gamma_0 \lambda s) [\operatorname{Sinh}(\lambda - \lambda s) \operatorname{Cosh}(\lambda - \lambda s) - \sin(\lambda - \lambda s) \cos(\lambda - \lambda s)] - [\lambda + 2 - \alpha_1 \lambda s + \gamma_0 (\lambda s)^2] \operatorname{Sinh}^2(\lambda - \lambda s) + [\lambda - 2\alpha_1 \lambda s - \gamma_0 (\lambda s)^2] \sin^2(\lambda - \lambda s) = 0 \\ & [4\alpha_1 \lambda s + \alpha_1 (\lambda s)^2 - \frac{2}{3} \gamma_0 (\lambda s)^3] [\operatorname{Sinh}^3(\lambda - \lambda s) - \sin^3(\lambda - \lambda s)] + [(\lambda - 2\gamma_0 \lambda s) [\operatorname{Sinh}^2(\lambda - \lambda s) + \sin^2(\lambda - \lambda s)] - [\lambda - 2\alpha_1 \lambda s + \gamma_0 (\lambda s)^2] [\operatorname{Sinh}(\lambda - \lambda s) \operatorname{Cosh}(\lambda - \lambda s) + \sin(\lambda - \lambda s) \cos(\lambda - \lambda s)]] = 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

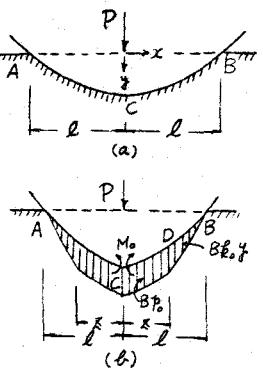


図-3

λ を与えると式(5)より P, λ_1, λ_2 が求まる。これを図-4.5の曲線(a)に示す。また式(5)に $\rho=1$ を代入すると λ_1 を得る。iii) $d_u \leq d \leq d_u$ のときの条件式は式(4)となる。計算結果を図-4.5の曲線(c)に示す。なお図-7, 8に y, M 図の一例を示した。この図より塑性ヒンジはC点のみに生ずることが分かる。

(4) 崩壊荷重 柱が不安定になる条件は $l \rightarrow \infty$ によって与えられる。すなわち崩壊時の状態はC点に塑性ヒンジがあり、かつ接地長 $2l$ 全体にわたって $P = P_u$ なる状態を考えればよい。崩壊時の l, λ を l_u, λ_u とする

と、これらの値ならびに

に d_u は

$$\begin{aligned} \lambda l_u &= \lambda s_u = \sqrt{2/l_0} \\ \lambda u &= \sqrt{8/l_0} \end{aligned} \quad \left. \right\} (6)$$

となる。図-4の崩壊と記した曲線および図(NM) - 6 の d_u 曲線は式(6)を表したものである。

(5) 結び 地盤は非常に複雑な性質を有する。

従つて単純な仮定のもとに行つた計算がどの程度合うか疑問であるが、全般的な傾向をつかむことはできよう。

実際の設計への適用法を考える前に多くの問題点(仮定、柱の自重、塑性ヒンジの回転限界、短かい柱、多段載荷等)を検討する必要があるが、大略次のように適用すればよいのではないか。上部構造の安全率と同程度かそれより少し安全側(土の不確定要素を考慮する意味)になるように d_u を定め、式(6)を満足するような基礎断面を求め、さ

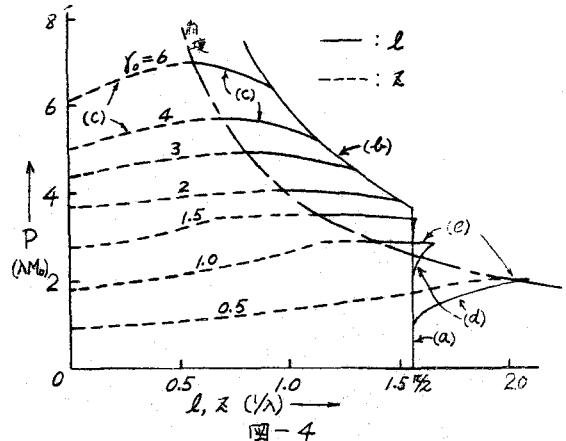


図-4

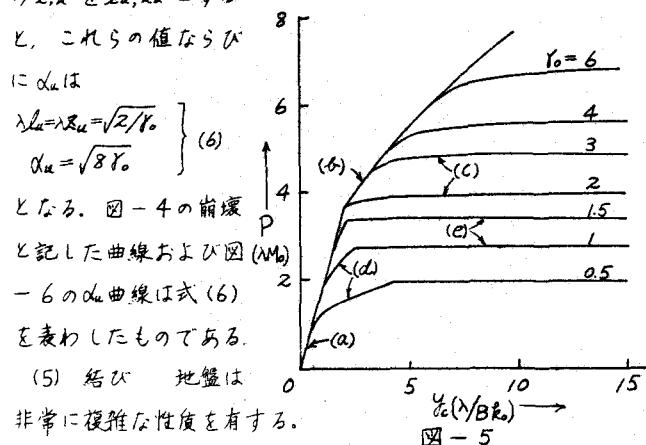


図-5

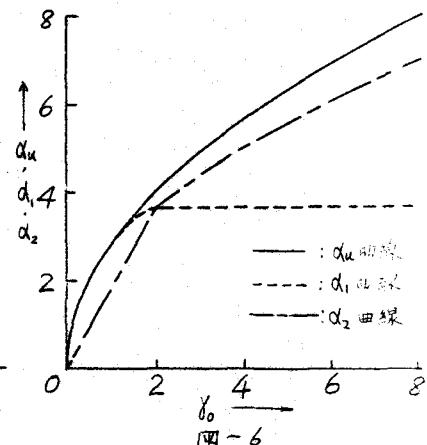


図-6

従つて単純な仮定のもとに行つた計算

がどの程度合うか疑問であるが、全般的な傾向をつかむことはできよう。

実際の設計への適用法を考える前に多くの問題点(仮定、柱の自重、塑性ヒンジの回転限界、短かい柱、多段載荷等)を検討する必要があるが、大略次のように適用すればよいのではないか。上部構造の安全率と同程度かそれより少し安全側(土の不確定要素を考慮する意味)になるように d_u を定め、式(6)を満足するような基礎断面を求め、さ

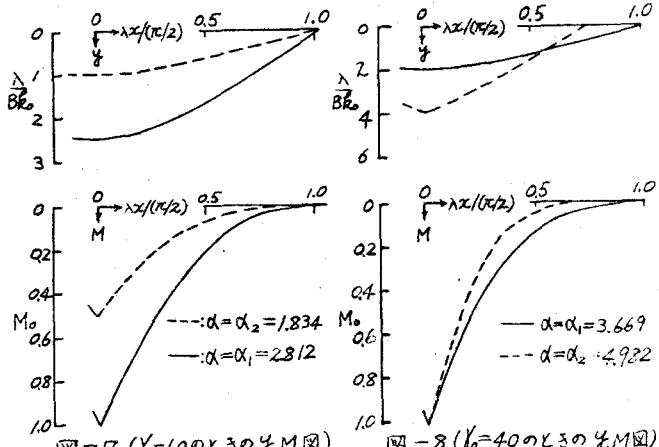


図-7 ($\lambda_0=1.0$ のときの y, M 図)

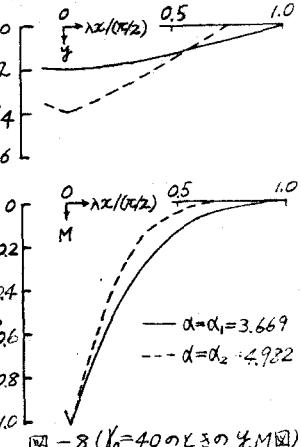


図-8 ($\lambda_0=4.0$ のときの y, M 図)

らに不等沈下の上部構造に及ぼす影響を検討して、基礎断面を定めたうよ、と思う。

有益なる御批判と御助言を戴いた名古屋大学成岡教授、信州大学吉田教授、名古屋大学福本助教授に感謝致します。