

名古屋大学助教授 正 員 福本晴士

名古屋大学大学院 学生員 ○ 藤原 稔

はじめに

梁の横倒れ座圧に関しては、今世紀初めから各種の理論的実験的研究が行われているが、部材が非弾性性状を示すいわゆる弾塑性域における梁の横倒れ座圧の問題を理論的に取り扱ったのは1950年のB.G.Nealが最初である。彼は完全弾塑性性状を示す矩形断面梁がその両端に等モーメントを受けるとき梁の弾塑性域の横倒れ座圧問題を固有値問題として取り扱い、 M_0 を部材長、弱軸まわりの曲げ剛度およびSt.Venantの捻り剛度の関数としてstep-by-stepに求め、実験値とよく合うことを示している。弾塑性域の座圧において一番問題となる部材の降伏による剛性の変化を彼はつぎのように考えている。すなわち降伏によって弱軸まわりの曲げ剛度は低下し、St.Venantの捻り剛度は変化せず、warpingに対する捻り剛度は矩形断面においては無視しうることとして取り扱っている。またM.R.Humeは1950年、前述のB.G.Nealの方法を用いてI型断面梁が両端に等モーメントを受けるとき、梁の中央に集中荷重を受けるときについてI型断面の曲げ捻れを考慮して捻り剛度は部材の降伏によって低下しないものとして横倒れ座圧問題を解いている。1952年にW.H.WittrickはB.G.Nealの方法を拡張して歪硬化域を有する矩形断面部材の横倒れ座圧問題を、B.G.Nealが等価弾性係数理論を用いたのに対して持線弾性係数理論を用いて解いている。1956年、M.W.Wrightは歪硬化域を有するワイドフランジ梁が両端に異なるモーメントを受けるとき梁の横倒れ座圧を持線弾性係数理論を用いて差分法による解いたが、この研究が塑性設計法を用いたときの側方支持間隔の設計方法の基礎となったのである。1959年、T.V.Galambosは圧延によって生じた残留応力がワイドフランジ梁の弾塑性域における横倒れ座圧強度に与える影響を研究し、モーメントの他に部材に軸力が作用した場合の軸力-モーメント-細長比の相関曲線と部材の断面について与えているが、この研究の結果、残留応力が部材内に存在すると偏心圧縮柱の場合とくに横倒れ座圧強度が低下することが明らかになった。

座圧強度と端部拘束条件

両端単純支持の梁が図-1のように梁の両端に強軸まわりの等モーメント M_0 を受けるとき梁の座圧変形の基礎微分方程式は次式で与えられる。

$$EI_y v'' - M_0 = 0 \quad \dots (1)$$

$$EI_y u'' - \phi M_0 = 0 \quad \dots (2)$$

$$C\phi' - C\phi'' + u'M_0 = 0 \quad \dots (3)$$

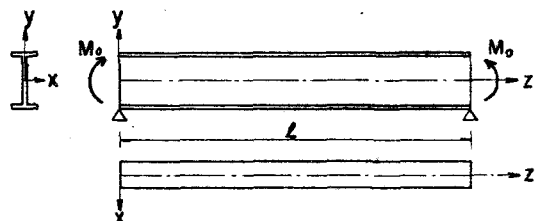


図-1 座標系

(2), (3)式から u を消去すると梁の横倒れ座圧変形に関する基礎式が次のように得られる。

$$\phi''' - 2\alpha\phi'' - \beta\phi = 0 \quad \text{---(4)}$$

$$\therefore \text{に} \quad \alpha = C/2C_1, \quad \beta = M_0^2/EI_y C_1 \quad \text{---(5)}$$

(4)式の一般解はつぎのようになる。

$$\phi = A_1 \sin mz + A_2 \cos mz + A_3 e^{nz} + A_4 e^{-nz} \quad \text{---(6)}$$

$$\therefore \text{に} \quad m = \sqrt{-\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \beta}}, \quad n = \sqrt{\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \beta}} \quad \text{---(7)}$$

(5), (7)式から α, β を消去すると横倒れ座圧モーメント M_{cr} は次式のように求められる。

$$M_{cr} = m \sqrt{EI_y C} \sqrt{1 + m^2 \frac{C_1}{C}} \quad \text{---(8)}$$

いま、 $m = \pi/kL$ とおくと

$$M_{cr} = \frac{\pi \sqrt{EI_y C}}{kL} \sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{kL}\right)^2 \frac{C_1}{C}} \quad \text{---(9)}$$

よって、両端単純支持梁の横倒れ座圧の場合と、中心圧縮柱のオイラー座圧の場合と同様に kL を部材の座圧有効長として取り扱うことができる。

いま両端における ϕ の境界条件として $\phi = \phi' = 0$ と考えると座圧条件式はつぎようになる。

$$\sinh nL \sin mL = 0 \quad \text{---(10)}$$

したがって $m = \pi/L$ となり、これは(7)式において $k = 1$ とおいた場合に対応しない。

したがって両端において $\phi = \phi' = 0$ の場合と考えると座圧条件式はつぎようになる。

$$2mn(1 - \cos mL \cosh nL) = (m^2 - n^2) \sin mL \sinh nL \quad \text{---(11)}$$

$$\therefore \text{に} \quad (5), (7) \text{式から} \quad n^2 - m^2 = C/C_1 \quad \text{---(12)}$$

(11), (12)式から C/C_1 と m の関係と数値計算によ

って求め、 k と C/C_1 の関係を図示すると図-2 のようになる。

この図からわかるように C/C_1 が無限大になると k は 1 に近づき、 $\phi = \phi' = 0$ の場合に近くなる。

また C_1 が 0 となる

場合 warping が無視できるような場合には k は

0.5 となる。ただし、上述の議論は梁の両

端の境界条件として $u = u'' = 0$ を満足するとき

にのみ可能であって、それ以外の部材の拘束条

件の場合には微分方程式による解法は困難とな

る。

図-3 に示すような断面形を有する I 型梁 (AISC 規格: 10B15) が図-4 のよう

な各種異なった境界条件をもって、その両端に等モーメントと受けたとき横倒れ

座圧モーメント M_{cr} をエネルギー法によって近似的に求めると、図-5 の曲線 a,

b, c, d のようになる。実際の構造物においては図-4 に示したような境界

条件が理想的に満足されていることはほとんどなくて、それら中間に位置するも

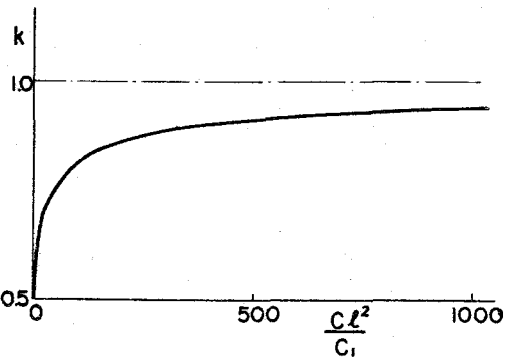


図-2 梁の有効長

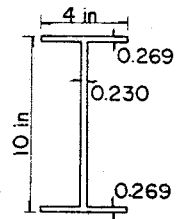


図-3 断面形

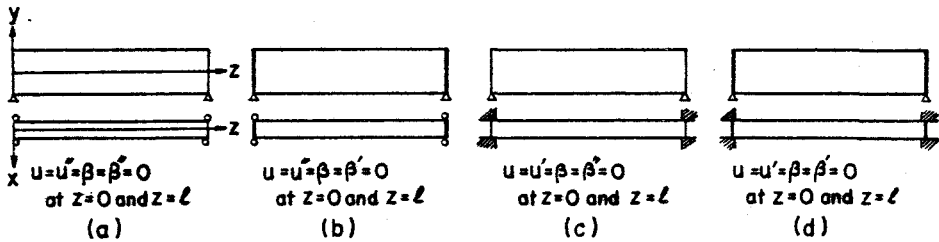


図-4 梁の種々の境界条件

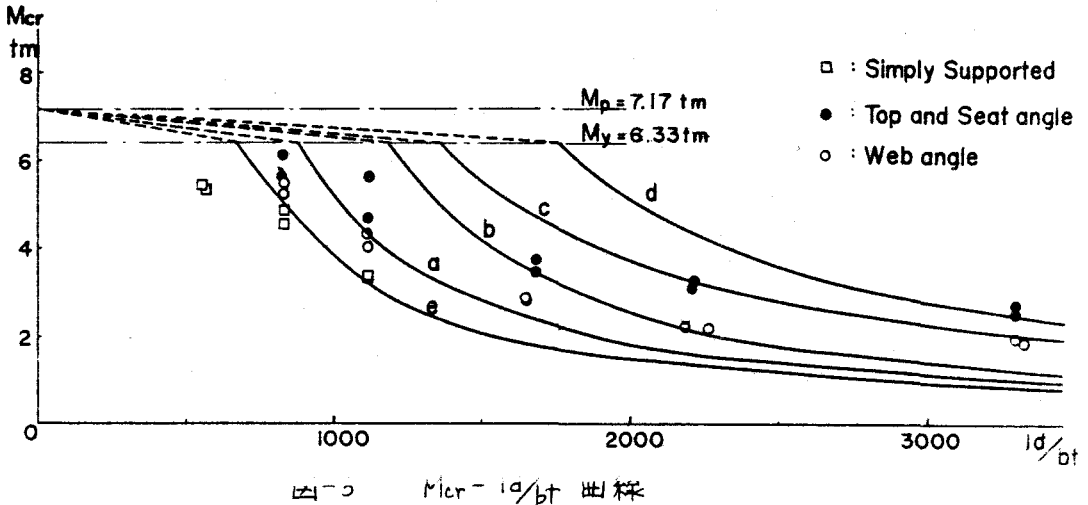


図-5 $M_{cr} - l^2/bt$ 曲線

れる。図中の M_y は I 型梁の最外縁が降伏点に達したときに部材に作用しているモーメント。また M_p は部材の全断面が曲げによって塑性状態に達したときに部材に作用しているモーメントであって、実際のモーメントが M_p 以上に達することはありえない。本項では弾性座屈の問題にしているから、 M_y から M_p に至る間と便宜的に破線で結んだ。曲線 a, b, c, d によってわかるように弾性座屈の場合には部材の拘束状態によって M_{cr} が非常に異なるので、実際に構造物を設計する場合にこのことを注意する必要がある。また図-5 には R.A. Hechtman が 1955 年に行なつた図-6 に示すような 2 点載荷の I 型梁横倒れ座屈実験の結果をプロットしてある。この図で Top and Seat angle とあるのは I 型梁の上下フランジを両端で拘束したもので、境界条件 $u = u' = \beta = \beta' = 0$ に相当し、Web angle とあるのはウェブを拘束したもので、 $u = u' = \beta = 0, \beta = \text{const.}$ に相当する。また曲線 e は 2 点載荷の単筋支持梁に対する理論曲線である。この実験と前述の等モーメントの場合とは載荷方法が異なり、梁のモーメント分布を異なるが、部材の拘束条件が座屈強度に対してかなり大きな影響を与えていることがこの実験結果からわかる。



図-6 載荷状態

参考文献

- G.C. Lee, "A Survey of Literature on the Lateral Instability of Beams," Bull. WRC, No. 63, Aug. 1960.
R.A. Hechtman, "Lateral Buckling of Rolled Steel Beams," Trans. ASCE, Vol. 122, 1957.