

名古屋大学 正員 川本龍万
 名古屋大学 正員 福本靖士
 ○名大大学院 学生員 宇佐美勉

1 緒言

前回において、光弾性皮膜法の紹介と、その簡単な応用例について述べた。今回はさらに不静定ばりに応用した例を示す。なお、光弾性皮膜材料の配合比の変化によるその特性の変化を調べるための実験も行なったので、簡単に述べておく。

2 光弾性皮膜材料の特性実験

現在光弾性皮膜材料として最も多く用いられているものは、河田¹⁾が試作した epoxy-polysulfide 系共重合体 (通称 epoxy-rubber) であろう。この共重合比はつぎのようである。

epoxy prepolymer (Araldite D)	100	} 重量比
polysulfide (Tiocal)	x	
diethylene	8	

$x=0 \sim 150$ の範囲で硬いガラス状からゴム状までの樹脂を作成することができると言われる。通常弾塑性解析には $x=0 \sim 30$ が用いられるようであるが、硬い樹脂は下地金属の剛性に影響を与え、軟い樹脂は光弾性感度が不足する恐れがある。それゆえ最も適切な配合比を決定するため、 $x=10, 15, 20, 25$ の4つの配合の異なる皮膜を作成して、弾性係数、ポアソン比、光弾性感度を測定した。その結果を表1に示す。

表1 Epoxy-rubber の諸性質

x	弾性係数 E_p (kg/mm ²)	ポアソン比 ν_p	光弾性感度 α (mm/kg)	ヒズミ感度 $\beta = \alpha E_p$ (1/mm)	±ヒズミ差感度 $k = \frac{\beta}{1-\nu_p}$ (1/mm)
25	94.2	0.45	1.06	100	68.9
20	143	0.45	0.91	130	89.7
15	159	0.45	1.06	169	117
10	163	0.45	1.05	171	119

上の実験の結果、実験に用いる皮膜材料としては、一応 $x=15$ のものとして、実際に皮膜を鋼材表面に接着して4点曲げ試験を行い主ひずみ差感度を検定した。得られた結果は $k=114$ で表1の k とは多少異なるが、解析の際には、この k を用いた。

3 実験方法

3.1 試験片

試験片の寸法は図-1に示す通りであり、本数は6本である。材質はSS41であり、引張り試験片から得られた鋼材の諸性質は表2に示す通りである。

3.2 支持装置、載荷装置、および載荷位置

支持装置および載荷装置は図-2,3に示す通りである。試験片中央部に剛体部を取り付けたのは、中間支束の反力によってその附近の応力が乱されないためである。このような構造および載荷状態は、一端固定、他端移動支束の一次不静定ばりに単一集中荷重を載荷した場合と力学上同値になる。

載荷位置は図-2の記号を用いて

$$\xi = 0.414, 0.577, 0.366$$

である。これはそれぞれ図-1のS-1, S-2, S-3試験片に対応する。

3.3 測定法および実験経過

試験片の一方側の片面全域にわたって光弾性皮膜を接着し、その裏面にヒスミ測定のcheck用として、塑性ゲージを図-2に示す位置に接着した。

たわみ測定は荷重台の変位を0.01mmダイヤルゲージで測定することによりその代用とした。荷重装置はアムスラー型100t万能試験機、光弾性装置としては、理研製反射光弾性装置を用いた。

寄色線の写真撮影およびヒスミ、変位の測定は、弾性領域で4回、弾塑性領域で10回、それ以後はダイヤルゲージからの読み取りを目安として行った。

4. 理論計算

部材の弾塑性挙動を忠実に追跡するため次のような弾塑性解析を行った。

4.1 部材の弾塑性領域にあるときの節点回転角と端モーメントとの関係式

仮定 1) 単一部材は一樣で断面は矩形とする。

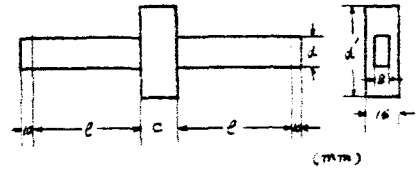
2) 内部せん断力の影響は無視されるものとする。

3) 部材の応力-ヒスミ曲線は完全弾塑性とする。

4) 断面における平面保持の仮定は満足されるものとする。

5) 荷重は単一部材の節点にのみ作用するものとする。

今、両端に M_i, M_j なる曲げモーメントを受ける部材 ij が変形後、図-4に示す状態になるとする。ここで M_i, M_j , 節点回転角 θ_i, θ_j および節点 i, j の変位 δ_i, δ_j は図に示された方向を正とする。仮定



試験片 番号	l (mm)	c (mm)	d (mm)	d' (mm)
S-1-A	150	30.0	30.2	90.0
S-1-B		30.1	30.1	90.0
S-2-A	150	30.1	30.0	90.1
S-2-B		30.1	30.0	90.1
S-3-A	150	30.0	29.9	90.2
S-3-B		30.0	30.0	90.0

図-1 試験片寸法

表2 鋼材の諸性質

試験片 番号	降伏応力度 σ_s (kg/mm ²)	降伏ヒスミ度 ϵ_s (%)	弾性係数 E (kg/mm ²)	ポアソン係数 ν
No.1.	23.8	0.130	2.01×10^4	0.28
No.2.	23.9	0.127	2.01×10^4	0.28
No.3	23.8	0.128	2.01×10^4	0.28
mean	23.8	0.128	2.01×10^4	0.28

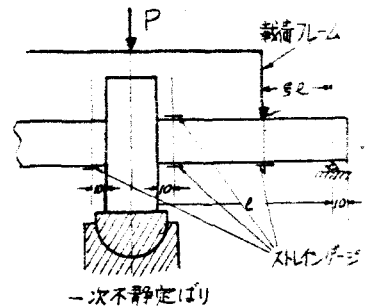


図-2 支持装置、載荷装置

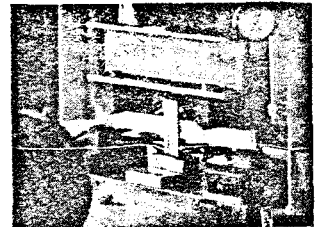


図-3

1) により、曲率 $1/\rho$ と曲げモーメント M の間には図-4
の記号を用いてつぎの関係がある。

$\bar{ij}$ が弾性領域にあるとき、 $1/\rho = -y'' = M/EI$

$\bar{ij}$ が弾塑性領域にあるとき、 $1/\rho = -y'' = \pm M_y/EI \sqrt{3 \mp M/M_y}$

----- (1)

(上号は $M > 0$ のとき、下号は $M < 0$ のとき)

ニニ M_y は降伏モーメントである。仮定5) により部材 $\bar{ij}$
には中間荷重がないから外力の釣り合いより

$$M = (m_i - \frac{m_i - m_j}{l_j} x) M_y \quad (2)$$

ニニ $m_i \equiv M_i/M_y$, $m_j \equiv M_j/M_y$ である。

部材 $\bar{ij}$ が弾性領域にあるときは式(2)を、式(1)の上式に代入して積分を行い、 $x=0$ で $y=\delta_i$, $x=l_j$ で $y=\delta_j$ より積分定数を定め $y'_x=0 = \theta_i$, $y'_x=l_j = \theta_j$ とおけば、周知の決式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \theta_i &= \frac{M_y l_j}{EI} \left(\frac{2m_i + m_j}{6} \right) + \frac{\delta_j - \delta_i}{l_j} \\ \theta_j &= \frac{M_y l_j}{EI} \left(\frac{m_i + 2m_j}{6} \right) + \frac{\delta_j - \delta_i}{l_j} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

部材 $\bar{ij}$ が弾塑性領域にあるときは式(2)を、式(1)の下式に代入して、上と同様な操作を行えば次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \theta_i &= \pm \frac{M_y l_j}{EI} \frac{m_i' + 2m_j'}{\frac{3}{2}(m_i' + m_j')} + \frac{\delta_j - \delta_i}{l_j} \\ \theta_j &= \mp \frac{M_y l_j}{EI} \frac{2m_i' + m_j'}{\frac{3}{2}(m_i' + m_j')} + \frac{\delta_j - \delta_i}{l_j} \end{aligned} \right\} \quad (4) \quad (\text{上号は } m > 0 \text{ のとき、下号は } m < 0 \text{ のとき})$$

ニニ $m_i' = \sqrt{3-2|m_i|}$, $m_j' = \sqrt{3-2|m_j|}$ である。

4.2 一端固定、他端移動支点のはりの弾塑性解析

図-5に示すはりについて解法の概略を示す。まず弾性解析により、最初に塑性域が生ずる位置を求める。この場合は $\bar{\eta} > 0.414$ ならば固定端、 $\bar{\eta} < 0.414$ ならば載荷点に塑性域

が生ずる。今、 $\bar{\eta} > 0.414$ とし、塑性域が生じた部材を $\overline{01}$ としよう。このとき未知量は、 m_0 , m_1 , δ_1 , δ_2 であり、これは②, ①, ②点での変形の連続性および①点でのせん断力の釣り合い式を連立して解くことにより求めることができる。ただし、 $\overline{01}$ 部分は式(4), $\overline{12}$ および $\overline{23}$ 部分は式(3)を用いる。このときの前荷重 P は②点でのせん断力の釣り合い式により求めることができる。このようにして点②の曲げモーメントが降伏モーメントに達するまで $\overline{01}$ を変えて計算を行い、点②が降伏モーメント以上になれば、さうして点②付近に塑性域を仮定して、その部分は式(4)を用いることによって同様の計算を繰り返せばよい。なお曲げモーメント M_i , およびたわみ δ_i を求めるための連立方程式は、式(4)に示すように、 m_i が根号内に含まれる解析的に解くことは不可能で trial and error に求める必要がある。これらの計算はすべて HITAC 5020 による。

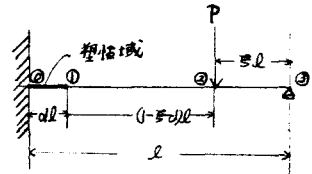


図-5

5 実験結果およびその考察

4で述べた計算の結果はこの報文には同じく合めなかったので講演当日述べることにして、実験結果と単純塑性理論より得られた結果と比較して述べる。

荷重-たわみ曲線

図-6は実験の結果、得られた荷重-たわみ曲線の例を示す。

実験値は単純塑性理論より得られた値よりも相当大きい。これはたわみの測定を荷重台の変位で代用したため、載荷フレーム、支持装置の弾性変形、および載荷卓の試験片へのくい込みなどが一層いなり、測定されたたわみに生じた誤差であろうと思われる。

弾塑性境界の探がり

皮膜の接着後の厚さは大体2mmであったので、弾塑性境界を示す縮次数は表1および表2の結果を用いて $n=0.89$ 次になる。実験より得られた等色線の0.9次を示す線が弾塑性境界になるわけであるかその一例を示せば図-7のようになる。

崩壊荷重

はりの載荷卓および固定端附近の全断面が塑性域に入ったときの荷重を崩壊荷重として単純塑性理論による崩壊荷重と比較すれば表-3のようになる。実験より得られた崩壊荷重 P_{ue} は、常に理論値よりも大きく、図-6から分かる通り、荷重が再び急上昇するときの値であることがわかる。

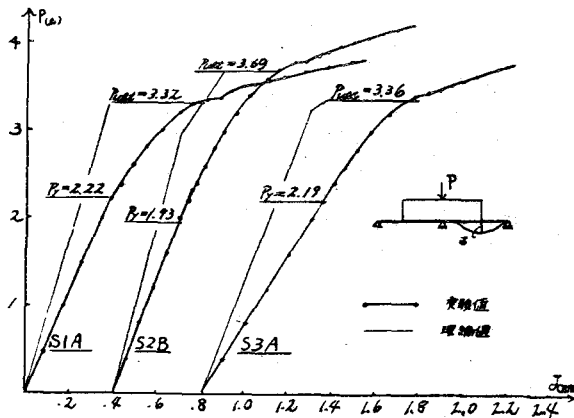
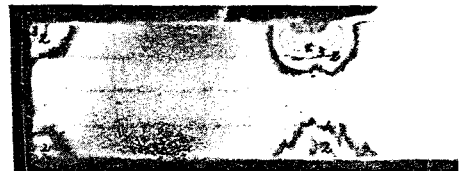


図-6 荷重-たわみ曲線

表3 崩壊荷重の比較

	理論値 P_{ue}	実験値 P_{uee}
S1A	3.32 *	3.39 *
S2A	3.69	3.73
S2B	"	3.81
S3A	3.36	3.64
S3B	"	3.67



S2-B $P=3.7^*$

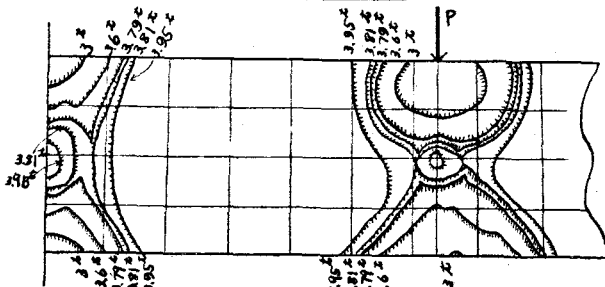


図-7
弾塑性境界
の拡がりの例
S2-B

参考文献: 1) 40年度中部支部講演会前刷 R 10

2) 河田, 鈴木: 実物光弾性解析用の光弾性皮膜について: 科研報告才33輯 昭和32年7月 R 177