

金沢大学工学部

正

喜内 敏

学生

○池田 紀彦

松田 誠

1. まえがき

外的荷重をうける梁の一部の曲げモーメントが弾性限を越え、弾塑性領域を生じるとき、かゝる梁のモーメント M と曲率 ϕ との関係は、弾性限を越えて、ひすみ硬化に入るまでは2次式で表わされ、ひすみ硬化に入ると3次式で表わされる。静定構造あるいは、次数の低い不静定構造においては、ひすみ硬化の影響はさほど大きくないが、次数の高い不静定構造になると、ひすみ硬化を考慮した場合の方が一般の単純塑性理論から求めた崩壊荷重よりかなり大きくなり、したがって、ひすみ硬化を考慮する必要が生じてくる。本研究は、その第1段階として、矩形断面をもつた単純な構造について、ひすみ硬化を考慮した場合の梁の荷重とたわみの関係を求め、実験結果および単純塑性理論と比較し検討を行った。

2. 計算方法

図-1に示す軟鋼のストレス-ストレーン曲線と、図-2に示すように直線で置きかえて簡略化した。矩形断面が曲げモーメントをうけて、弾性から弾塑性領域へと降伏していくとき、モーメント M と曲率 ϕ との関係は、図-2より次の3段階になる。

i) $0 \leq \epsilon \leq \epsilon_y$ のとき

$$\phi = M / EI$$

ここに、 E はヤング係数、 I は断面2次モーメント、 ϵ_y は降伏ひすみである。

ii) $\epsilon_y < \epsilon \leq \epsilon_s$ のとき

$$\phi = \phi_y / (3 - 2M / M_y)^{1/2}$$

ここに、 M_y は降伏モーメント、 ϕ_y は降伏曲率、 ϵ_s はひすみ硬化に入るときのひすみである。

iii) $\epsilon_s < \epsilon \leq \epsilon_f$ のとき

$$2\phi^3 + (3K\phi_y - 2K\phi_y M / M_y - 3\phi_y)\phi^2 + \phi_y^3 - K\phi_y^3 = 0 \text{ の根}$$

ここに、 ϕ_y はひすみ硬化に入るときの

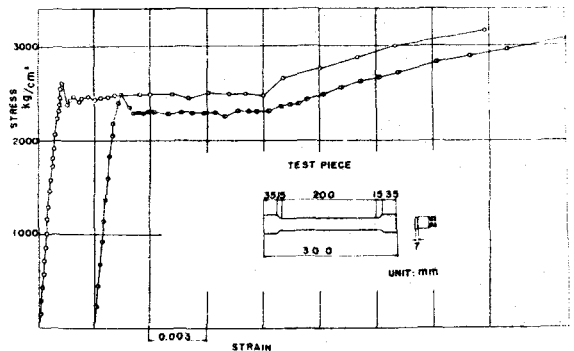


図-1

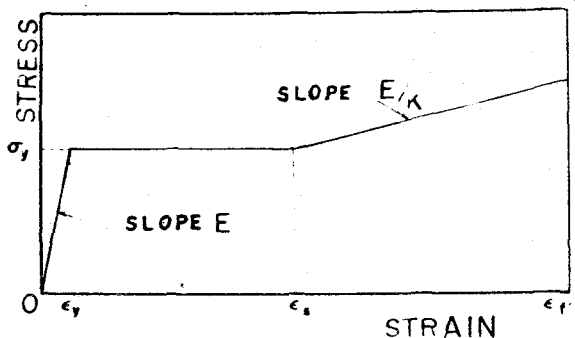


図-2

曲率、 K は勾配を決定する定数、 ϵ_y は崩壊と見なされるときのひずみである。

以上より、荷重および荷重に対するひずみを求めることができる。

3 片持梁

図-3のような片持梁の自由端Aのひずみを求める。

i) $0 \leq \epsilon \leq \epsilon_y$ のとき

$$P = b h^3 \epsilon / 6L, \quad \delta_A = P L^3 / 3EI$$

ここに、 b は梁の断面巾、 h はその高さである。

ii) $\epsilon_y < \epsilon \leq \epsilon_s$ のとき

$$P = b h^3 \sigma_y \{ 1 - (\phi_y / \phi)^2 / 3 \} / 4L$$

$$\delta_A = P_y L^3 \{ 5 - (3 + P_1) \times (3 - 2P_1)^{1/2} \} / 3EI P_y^2$$

ここに、 σ_y は降伏応力、 P_y は降伏荷重、 $P_1 = P / P_y$

である。

iii) $\epsilon_s < \epsilon \leq \epsilon_f$ のとき

$$P = b h^3 \sigma_y \{ 2\phi^3 + (3K\phi_y - 3\phi_y)\phi^2 + \phi_y^3 - K\phi_y^3 \} / 12K\phi_y\phi^2 L$$

$$\delta_A = 5P_y^2 \phi_y / 3 + \int_{x_1}^L \phi x dx$$

ここに、 $r = P_y L / P$

$t = P_y L / P$ 、 P_y はひずみ硬化に

入るときの荷重、又は自由端よりの距離で、 $t < x \leq L$ である。

図-1に示すストレス-ストレイン曲線の結果から、 $E = 2.0 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$

$\sigma_y = 2400 \text{ kg/cm}^2$ 、 $\epsilon_y = 1.2 \times 10^{-3}$

$\epsilon_s = 10^{-2}$ 、 $\epsilon_f = 3 \times 10^{-2}$ 、 $K = 40$ とし

$L = 20.0 \text{ cm}$ 、 $b = 1.5 \text{ cm}$ 、

$h = 2.0 \text{ cm}$ とすると、荷重-たわみ

曲線は、図-4の実線となる。

4. 単純梁

3. 片持梁と同じ方法によって荷重-たわみ曲線を求めると、図-5の実線となる。

5. 実験結果

実験結果より各梁における荷重とたわみの関係を示すと、図-4、図-5の○印(N.O.1)、●印(N.O.2)となる。これより、実験結果とひずみ硬化を考慮した場合の計算値とは、比較

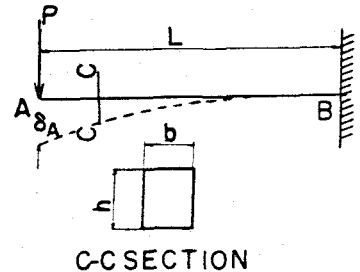


図-3

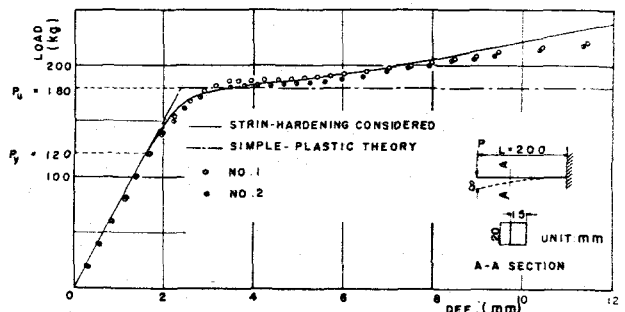


図-4

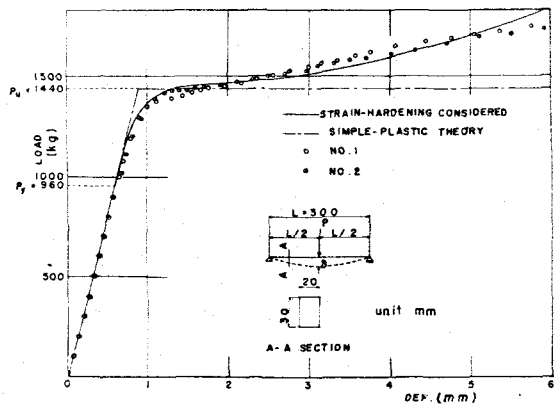


図-5

的よく一致していることがわかる。いま、ひずみ硬化を考慮した場合の荷重 P_R と、単純塑性理論より求めた荷重 P_R とを比較してみると、図-4における片持梁の場合には、たわみ δ が弾性たわみの約5倍のときに、 P_R/P_R は約70%になっており、図-5における単純梁の場合では、たわみ δ が弾性たわみの約10倍のときに、 P_R/P_R は約75%となっている。また、たわみ δ が大きくなると、図-4、図-5共に理論値の方が実験値よりも同じ荷重に対してたわみ δ が小さくなる傾向が見られるが、これは、ストレス-ストレーン曲線を図-2のように仮定して置きかえたことによるものである。

6. 結語

以上、簡単な梁構造について、ひずみ硬化を考慮して荷重-たわみ曲線を求め、単純塑性理論から求めた曲線、および実験結果から得られた曲線とを比較した。ひずみ硬化を考慮した場合の荷重-たわみ曲線は、実験値とはかなりの一致をみたのに対して、単純塑性理論値とはかなりの差がみられ、ひずみ硬化の影響が大きいことを示している。静定構造あるいは次数の低い不静定構造においてはさほどでもないとしても、次数の高い不静定構造においては、N個目の塑性関節が形成されるときには、最初の塑性関節はすでにひずみ硬化に入っていることになり、N個目の塑性関節が形成されるためには、一般の単純塑性理論から得る値よりも、はるかに大きな荷重を必要とする。

したがって、次数の高い不静定構造に対しては、ひずみ硬化を考慮することが必要となるわけである。そのためには計算が簡単かつ、精度の高いことが要求されるわけで、目下研究中である。

参考文献

- 1) 木原 博 : "塑性設計法"
- 2) J.F. BAKER : "THE STEEL SKELETON"
- 3) MICHAEL REX HORNE, M.A., SC.D., M.I.C.E., A.M.I. STRUCT. E.
"COLLAPSE LOADS OF STEEL FRAMEWORKS
ALLOWING FOR THE EFFECT OF STRAIN-
HARDENING"
- 4) FELICJAN SAWKO, M.SC.
"EFFECT OF STRAIN HARDENING ON THE
ELASTO-PLASTIC BEHAVIOUR OF BEAMS
AND GRILLAGES"