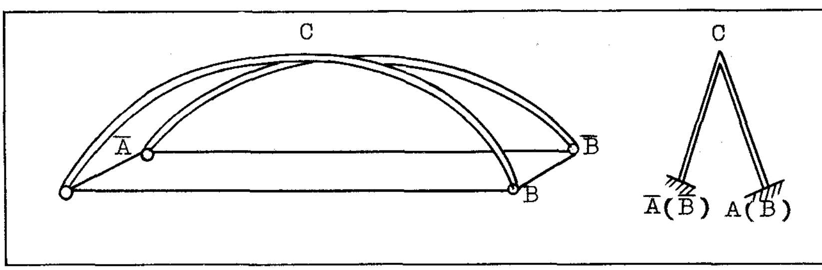
テーパーの著しくついているアーチの剛結部に対する一つの考察

名古屋工業大学　松浦　聖
名古屋市交通局　福岡祥次

I　まえがき

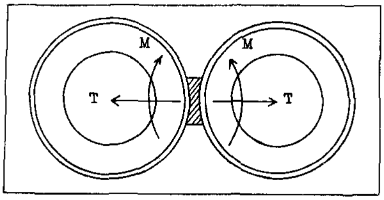
図－1に示すようなテーパーの著しくついたアーチを主構造とした橋は，すでに，Rio Blanco橋（Mexico）があり，1962年には読売モノレール橋がある。さらに，1963年にはこの種のFehmarnsund 橋が架設され，この橋に対する詳しい紹介の論文も発表されている。①



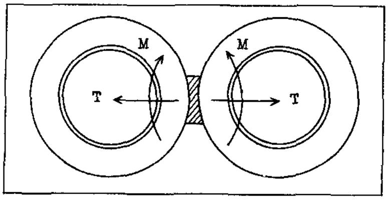
図－1　アーチの見取図と横断面図

そこで，このような型式のアーチの応力変形の計算に対しては，一応の考察をしたので，②ここでは，2本のアーチの剛節部に対する考察をしてみることとする。

剛節部の補強などに関する計算をするに当つては，まず，次のように問題を考えている。すなわち，アーチの断面は円形パイプで，補剛材は図－2，図－3，のような形のものを，パイプの内側と，外側とに取付ける2通りが一応考えられるが，ここでは，まず，図－2の場合を考える。

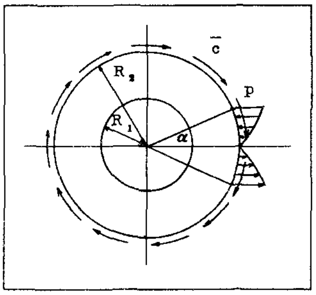


図－2　剛節構造部分の断面図（caseⅠ）

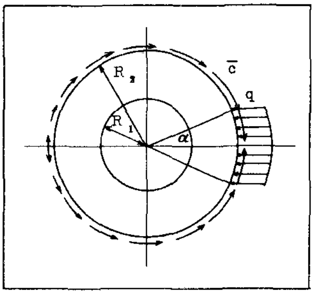


図－3　剛節構造部分の断面図（caseⅡ）

次に，剛節部に作用する応力はアーチに対し作用する荷重が，橋軸に対して対称の場合は，図－2，図－3に示すようなT，Mを考えておけば一応よいので，このT，Mは，また，図－2の場合は図－4.2のように補剛材に対して分布して載荷するものとして，問題を考察してみる。



図－4.1　荷重分布状態（caseⅠ－1）



図－4.2　荷重分布状態（caseⅠ－2）

以上のように考えると，容易に計算でき，剛節部分の補強等に対する一応の目安になるものと思われ，その計算結果を述べる。

Ⅱ 解析一般論

解析の概略を少し述べると（参考文献）③, ④およそ，次のとおりである。

1) 適合条件式 $\nabla^2\nabla^2 U=0$ を満足するAiry の応力関数は，次のごとく表わされる。

$$U=R\left[\bar{Z}\varphi(Z)+X(Z)\right]$$

$$2U=\bar{Z}\varphi(Z)+\overline{Z\varphi(Z)}+X(Z)+\overline{X(Z)}$$

2) 境界条件は $U\ \tau\alpha\beta\ \nu\beta=T\alpha(s)$ で釣

合い条件式 $U\ \tau\alpha_{\beta},{}_{\beta}=0$ より $\tau 22=U,11$ $\tau 12=-U,12$

$\tau 11=U,22$ がわかり，境界条件は次のようになる。

$U,22\nu 1-U,12\nu 2=T1(s),\quad -U,12\nu 1+U,11\nu 2=T2(s)$

これはさらに次のようにかける。

$$U,1(s)=-\int_{bo}^{b}T2(s)ds\equiv f1(s)+C1$$

$$U,2(s)=\int_{bo}^{b}T1(s)ds\equiv f2(s)+C2$$

また

$$U,1+iU,2=\varphi(z)+\overline{Z\varphi'(z)}+\overline{(z)}=f1(s)+if2(s)+C$$

$$=i\int_{bo}^{b}\left[T1^{(\alpha)}(s)+iT2^{(\alpha)}(s)\right]ds$$

3) 応力表示　極座標における応力は次のように表わせる。

$$\tau rr+\tau\theta\theta=4R\left[\varphi'(z)\right]$$

$$\tau\theta\theta-\tau rr+2i\tau r\theta=2\left[Z\varphi''(z)+\psi'(z)\right]e^{2i\theta}$$

4) 一般解　有限多連結領域における $\varphi(z)$, $\psi(z)$ の一般式は，次のごとく表わされる。

$$\varphi(z)=-\frac{1}{2\pi(1+\kappa)}\sum_{k=1}^{m}(X1^{(k)}+iX2^{(k)})\log(Z-Zk)+\varphi_0(z)$$

$$\psi(z)=\frac{\kappa}{2\pi(1+\kappa)}\sum_{k=1}^{m}(X1^{(k)}-iX2^{(k)})\log(Z-Z_k)+\psi_0(z)$$

ここでとり扱う問題では簡単に次のように書くことができる。

$$\varphi(z)=\sum_{-\infty}^{\infty} a_k Z^k \qquad \psi(z)=\sum_{-\infty}^{\infty} b_k Z^k$$

そこでこのa_k，d_k を境界条件を満足するように決定すれば応力もわかる。

Ⅲ 計算結果

途中の計算は全部省略して，図－4.1，図－4.2に示す状態の$\sigma\theta$，σr，$\tau r\theta$ の特定のところの値を図示すれば，図－5.1～3，図－6.1～3のとおりである。

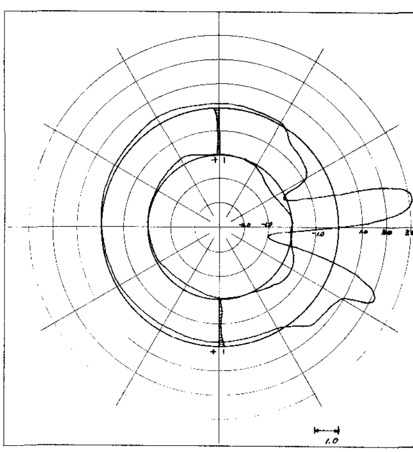


図-5.1 caseI-1 の σ_θ

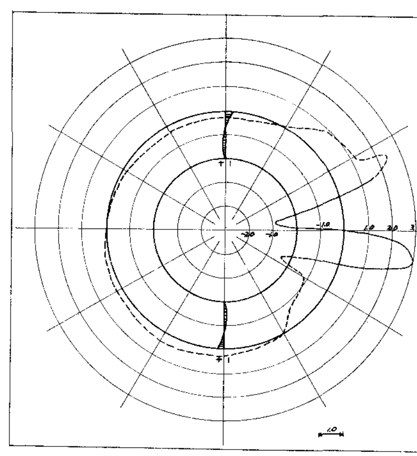


図-5.2 caseI-1 の σ_r

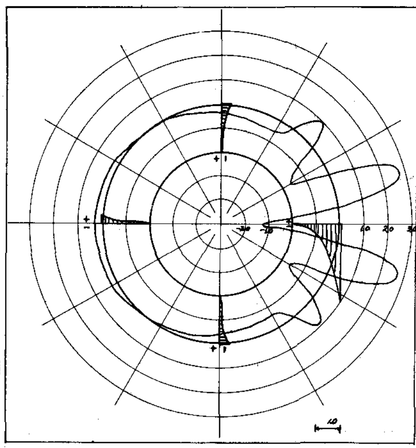


図-5.3 case I-1 の $\tau_{r\theta}$

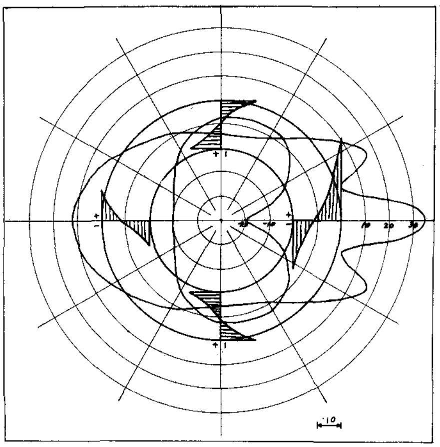


図-6.1 case I-2 の σ_{θ}

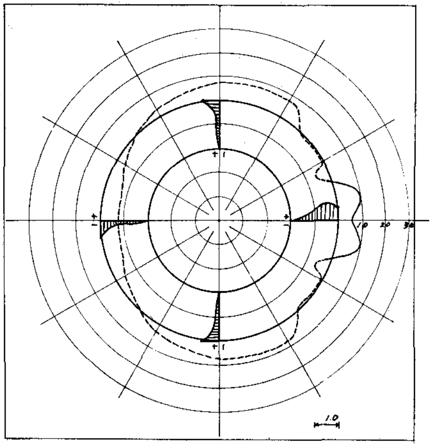


図-6.2 case I-2 の σ_{r}

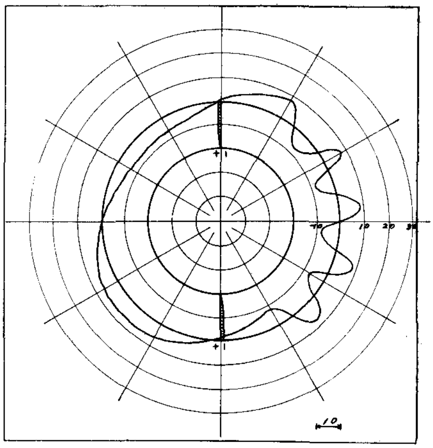


図-6.3 case I-2 の $\tau_{r\theta}$

さいごにこの研究に対し，御指導，御助言をいたゞいた東大奥村教授，名工大荒井・岡林教授に深甚なる謝意を表する次第である。

参 考 文 献

① P. Stein, H. Wild ; Das Bogentragwerk der Fehmarnsundbriicke, DER STAHLBAV, 6/1965

② 松浦；テーパーの著しくついているアーチに関する力学的研究(応力・変形の解析），土木学会中部支部研究発表会講演概要，昭和39 年 10 月

奥村・松浦；テーパーの著しくついているアーチの応力・変形の解析，土木学会年次学術講演会講演概要，昭和 40 年 5 月

③ N. I. Muskhelishvili, Some basic problems of the mathematical theory of elasticity, 1953

④ I. S. Sokolnikoff, Mathematical theory of elasticity, 1956