く形平板のたわみ性状に関する研究

岐阜大学　四野宮哲郎
〃 〃　岡本尚
名工大大学院　佐藤暢彦

1　まえがき

われわれは不規則な形をした平板のたわみ性状を研究していたが、たまたま常識的に想像しにくい奇妙な現象に出合つたので、く形平板に逆もどりして、同様な現象が生ずるかどうかを研究したので、その結果を報告する。

その奇現象というのは、図－１のようなく形平板橋（相対２辺自由支承、他の２辺自由）の中点Ｃに集中荷重が載荷された場合、Ｃから離れて橋軸に垂直な直線上に２点Ａ（橋軸上）、Ｂを考えると、

（ａ）　$\omega_B > \omega_A$　（ω_B はＢ点のたわみ）

（ｂ）　$\mathfrak{M}_{xcB} > \mathfrak{M}_{xcA}$　（$\mathfrak{M}_{xcB}$ はＣ点の x 方向の曲げモーメントに対するＢ点の影響面縦距）

この内（ｂ）はすべてのく形平板に生ずるが、（ａ）は、ａ：ｂの比により、またポアッソン比 ν の値により表われたり消えたりするので、その限界をつきとめようと試みた。

（ｂ）については後述の各種文献に明示されているので、われわれはたゞその事実を確かめただけで、その計算結果の発表は省略する。

2　従来の各種平板の文献とそれに表れたこの種の現象

矩形平板に関する研究は非常に多いが、Ｏｌｓｅｎ氏[1]も指摘しているように、それ等の多くは全周辺支承のものが多く、相対２辺のみを支持したものは割合に少ない。たゞし周辺支承のものにも上述のものに類似した奇現象がないとはいえない。曲げモーメントに関するものであるが２－３のものを紹介すると、

（１）無限帯平板（図－２）のｙ軸（支間中心）上の一点Ｃ（これを原点とする）における曲げモーメント $\mathfrak{M}_x$ の影響面の値は僅かではあるがＡ点よりＢ点の方が大である。（Ｏｌｓｅｎ[1]，Ｐｕｃｈｅｒ[3]，Ｂｉｔｔｎｅｒ[3]，いずれもそれを示している。

特にＯｌｓｅｎでは、$\nu = 0$、$\nu = \frac{1}{6}$ の両方の場合につき示している。）

（2）周辺自由支承く形平板の中点の曲げモーメント$\mathfrak{M}_x$について（1）と同様の現象が出ている。（Pucher，Bittner）

特にBittnerは

$\ell_y=\ell_x$、 $1.1\ell_x$， $1.1\ell_x$， $1.3\ell_x$， $1.4\ell_x$， $1.5\ell_x$

の各場合について中点Cの$\mathfrak{M}_x$の影響面の縦距を表示しているが、そのすべてに対して、この現象が見えている。

3. 著者等の行つた計算の結果

計算は解析解法と数値解法（階差法）とを併用したが、ℓ：b＝2：1でν＝0.32の場合につき両者の傾向がよく一致したので、後者も十分信頼できるものと認めてこれを主にした。（その比較は図－7参照）

A） 解析解法

従来使用されている方法はつぎの2つに尽きるようである。

i） Navier の二重正弦級数による方法

ii） 荷重位置を通る支承線に平行な直線で平板を（I）、（II）区域に二分し（図－3）、それぞれの部分で同次方程式を解いて両部分の接続線の連続条件を使つて積分常数を決める。

この両法の優劣については研究していないが、i）によつて、ℓ：b＝2：1、ν＝0.32の場合を電子計算機を使つて計算した。

収斂状況はあまり良いとはいえないが、有効数字4桁を取るのに、約100項程度の計算で十分である。

B） 階差法

この研究には、相当の精度を必要とするし係数は何万分の一ぐらいまで微妙に影響するので、階差方程式は、細目を細かくし、係数の有効数字を多くして、電子計算機によつて逆行列を求めた。

なお、ℓ：b＝1：1、1：2および3：1の場合の細目を示せば、それぞれ、図－4、図－5、図－6のようである。

これらによる計算結果を橋軸に直角な直線上のたわみにより図示すれば、つぎの図－4、5、6のようになる。（いずれも右上方の部分について示してある。）

なお、階差法の精度を確めるために、

ℓ：b＝2：1　　ν＝0.32の場合につき、解析解による

正確な値（Navier の方法による。）と比較してみると、図－7のようにな る。

これで見ると、全体的に階差解の方が2－3％大きな値を示すが、これはその修正法とともにすでに発表したところで、[4] 相対関係では両者よく一致していると言い得る。

4. むすび

以上の結果から明らかな通り、平板橋における奇現象（α）　$w_B > \omega_A$ は大体

ℓ : b＝1：1	の場合	$\nu > 0.3$
2：1	〃	$\nu > 0.2$
3：1	〃	すべてのν

に対して表われるもので、その発生の理由はx方向のたわみによる曲率 $\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} > 0$ が大きいため、ポアッソン比の大きい場合は、y方向に逆の曲率 $\frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} > 0$ を生じ、橋軸線より離れた点で、大きいたわみを示すものと思われる。

なお、奇現象（b）については各種文献にあるので詳細は省略するが、れわれの計算（階差法）でも、まつたく同様の結果に到達した。

ωについては、反作用の定理が成立つので、A、B点付近のすべてのωについて同じ傾向を想像すれば、$\mathfrak{M}_{x_B}$，C＞$\mathfrak{M}_{x_A}$，C、したがつてその逆の $\mathfrak{M}_{x_C}$，B＞$\mathfrak{M}_{x_C}$，A も想像に難くないが、　の場合は、平板橋では想反作用が成立たず、この結論は単なる想像で、真の原因究明は今後の研究にまちたい。

(1) Olsen, Reinitzhuber "Die Zωeiseitig gelagerte Platte"

(2) A. Pucher. "Einfluszfeldевelastischer Platten

(3) E. Bittner. "Momententafeln und Einflsz-Fℓaochen fur krenyweise dewehrte Eisenbeton pℓatten"

(4) "階差法により平板を解く場合の精度について（四野宮哲郎）岐阜大学工学部研究報告第10号

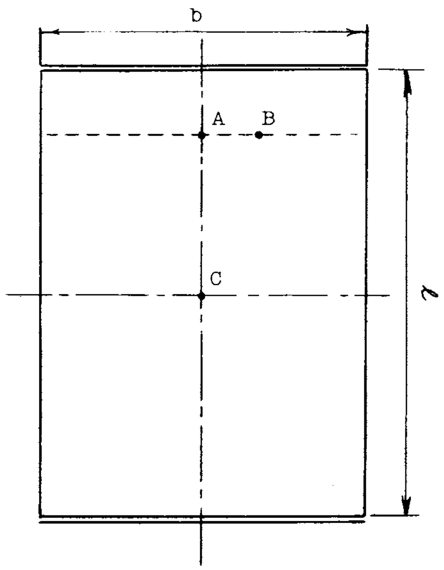

図 － 1

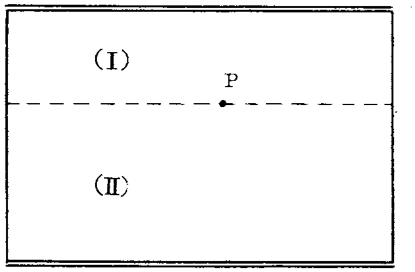

図 － 3

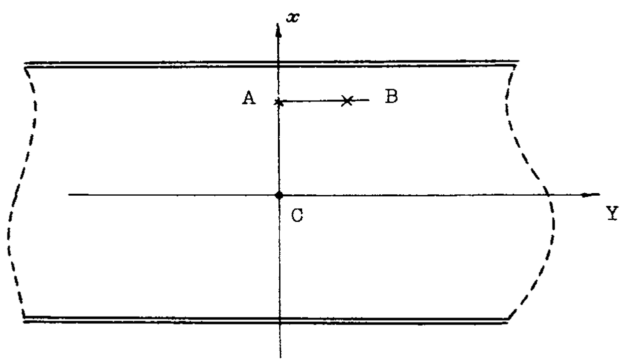

図 － 2

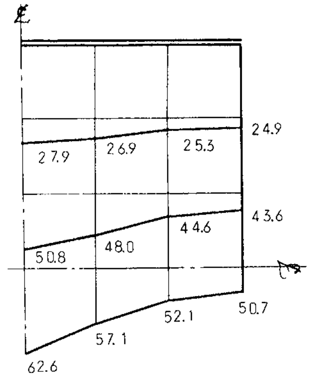

図 - 4

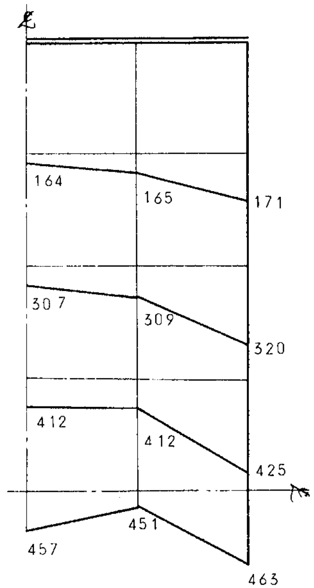

図 - 5

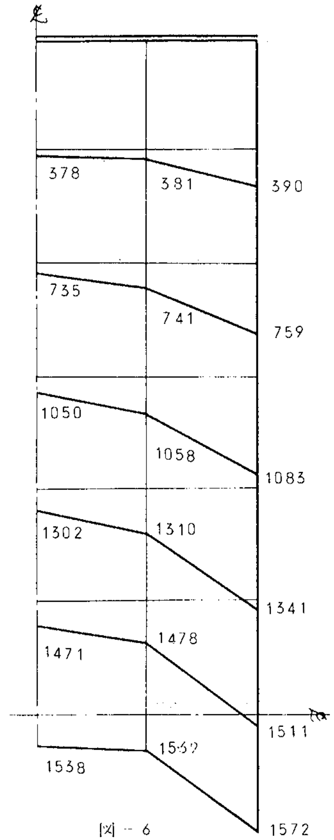

図 - 6

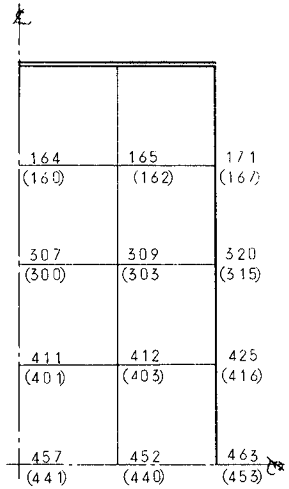

図 - 7

( ) 内は解析解による値を示す。

単位は $\frac{P}{N}$

N ：平板剛度