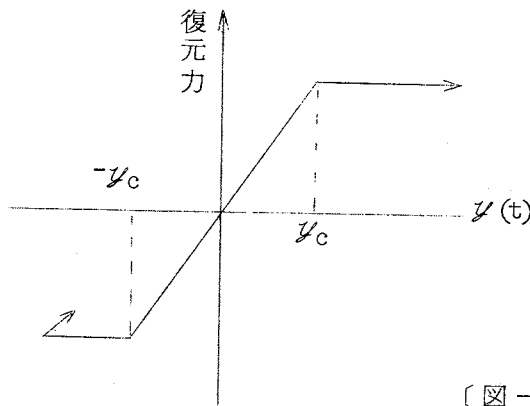


Bi-Linear 系のランダム振動の確率統計的考察

名古屋大学 中 川 建 治

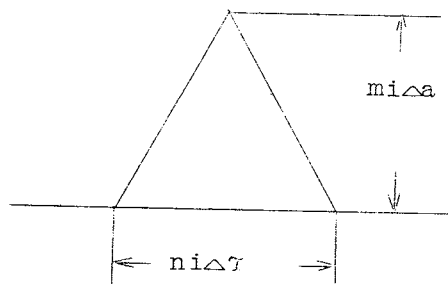
§ 1 ランダム振動の理論を、Bi-Linear 振動系の振動に適用して、応答の分布状態を検討した。振動系は、図-1に示すような弾塑性復元特性をもつものとする。したがって、振動方程式は、弾性域、および、塑性域に対して、式(1)によつて表わされる。

$$\begin{aligned} \ddot{y} + 2\zeta_1\omega_0\dot{y} + \omega_0^2 y &= f(t) \quad \dots\dots 1 \leq y(t) \leq y_c \\ \ddot{y} + 2\zeta_2\omega_0\dot{y} \pm \omega_0^2 y_c &= f(t) \quad \dots\dots y(t) > y_c \quad \dots\dots (1) \end{aligned}$$



〔図-1〕

式(1)における $f(t)$ をランダム関数として、次のようにして決定した。電子計算機を用いて疑似乱数、すなわち、それぞれ、独立で、パラメーターを 10 とするポワッソン分布に従う乱数、 m_i, n_i 、を求めて、図-2の ようにして、ランダム関数 $f(t)$ の第 i 番目のパルスを決 定する。なお、第 i 番目のパルスの正負は、上記の乱数と異なつた乱数によつて決定する。この ようにして得た一連のランダム関数 $f(t)$ を入力とした場合の応答 $y(t)$ を、次の ような 2 つの方法によつて計算した。



〔図-2〕

§ 2 弾性限界 Δc を 1 として、ランダム関数のパルス数を 100 個、あるいは、400 個として、 $\omega_0, \Delta a, \Delta \tau$ の値を適当に変化させて、応答 $y(t)$ を数値積分法によつて求めた。それぞれの場合において、 $y(t)$ の値の統計をとり、分散を求めたが、 Δa が小さい場合は、弾性振動となつて、図-3 に示したように、ガウス分布に従うことが判明した。図-3 は、確率紙であるから、直線の勾配より分散が求められる。これは、S. O. Rice の理論で予想されている結果である。図示したのは 1 例にすぎないが、 Δa を大きくすると、塑性ひずみの発生する回数が増加して、 $y(t)$ は、もはや弾性域においてもガウスの分布から離れて、く形分布に近づくことが分つた。

§ 3 パワースペクトル解析法によれば、線形振動の限りでは、入力 $f(t)$ に対する応答 $y(t)$ 、および、 $y(t)$ の分布における分散が求められる。 $f(t)$ のパワースペクトル $S_f(\omega)$ は、式(2)によつて与えられるが、§ 2 で採用した $f(t)$ のパワースペクトルを、図-4 に示す。

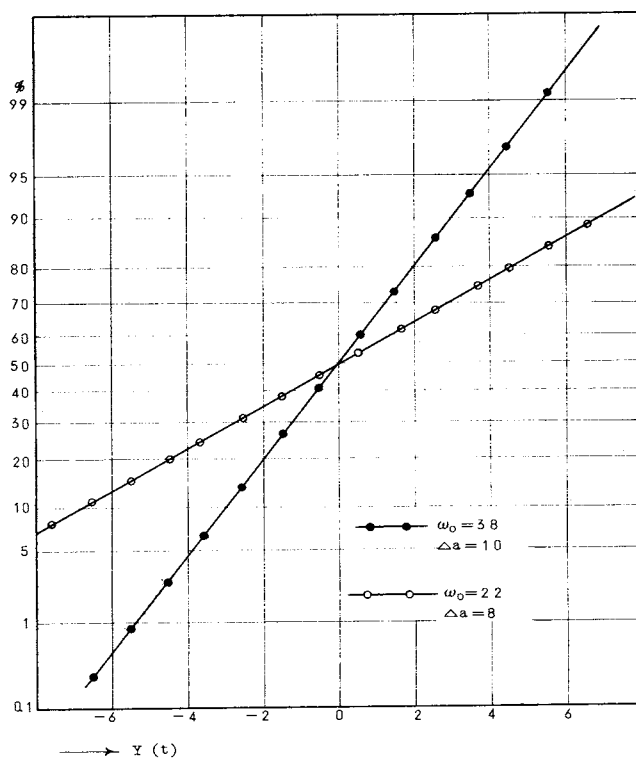


図-3

$$S_f(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} |F_T(\omega)|^2$$

$$F_T(\omega) = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_{-T}^T f(t) e^{-i\omega t} dt \quad \dots\dots\dots (2)$$

式(1)における弾性域における周波数応答関数 $H(\omega)$ を用いれば、次のようにして、 $y(t)$ 、および、 $\dot{y}(t)$ のパワースペクトル、 $P_y(\omega)$ 、 $P_{\dot{y}}(\omega)$ を得る。

$$P_y(\omega) = |H(\omega)|^2 S_f(\omega)$$

$$P_{\dot{y}}(\omega) = \omega^2 |H(\omega)|^2 S_f(\omega) \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$|H(\omega)|^2 = \frac{\omega_0^2}{(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2})^2 + 4\zeta^2 \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

分散とパワースペクトルとの関係は、式(4)で表わされるので、 $y(t)$ および $\dot{y}(t)$ の分散は、それぞれ、求められる。

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} P(\omega) d\omega \quad \dots\dots\dots (4)$$

§ 4 ランダム振動を、数値積分法と、パワースペクトル法とによつて解析し、標準偏差の値をもつて比較すれば、表-1のようになる。 $\Delta\alpha$ が小さくて塑性ひずみの発生しない場合には、このように、比較的良好な結果を得た。

〔 表 - 1 〕

ω_0	$\Delta\alpha$	$y(t)$ の標準偏差 σ_y	
		数値積分法	パワースペクトル法
2.2	8	0.532	0.538
3.8	10	0.221	0.204

§ 5 $\Delta\alpha$ 、および、 ω_c の値をそれぞれ変化させて、塑性ひずみを発生させた結果を表-2に示すと、式(1)における ζ_1, ζ_2 は $\zeta_1 = 0.01$ 、 $\zeta_2 = 0.5$ とし、 $f(t)$ のパルス 100 個あたりの結果に換算してある。すなわち、

表 - 2

ω	$\Delta \alpha$	N	ε
10	4	6.0	0.173
	6	10.5	0.311
	10	16.0	0.726
15	4	1.5	0.065
	5	4.3	0.081
	6	8.0	0.101
22	4	0	0.
	6	0.7	0.050
	8	7.7	0.088
	10	13.0	0.127
38	10	0.5	0.030
	20	4.5	0.077
	30	26.0	0.127

表 - 2 における N は、パルス 100 個あたりの塑性域へ入る回数、 ε は、塑性域へ入った場合における、塑性ひずみの絶対値平均を表わす。

