

6. 動的平衡勾配の理論にもとづく河道設計法

岐阜大学工学部 河村 三郎

1. 緒言

従来、河道設計において河川の縦断形を示している計画河床勾配および計画河床高は現河川の河床にならって経験的に決定されてきた。どんな河川においても多かれ少なかれ上流からの流送砂礫が存在するから流砂量の大小によって河床は相当大きく変化する。ゆえに、河道をさらに合理的に設計するためには流砂の観点に立つて、これら計画河床勾配および計画河床高は決定されるべきである。著者（河村）は用水路における流水と流砂の多くの研究における最近の新／＼発展を取り入れて流砂河川における動的平衡勾配を理論的に解析し、土木学会論文集 第70号（1960）に発表した⁽¹⁾。本研究はこの動的平衡勾配の理論を応用して河道設計を行う方法を示したものである。

2. 基礎方程式

平衡勾配 i と河床高 z はそれぞれ次式で与えられる⁽²⁾

$$i = I_0 \left(\frac{B}{B_0} \right)^b \left(\frac{d_s}{d_{s0}} \right)^f - k_d \left(\frac{B}{B_0} \right)^{-k} \left(\frac{d_s}{d_{s0}} \right)^{-j} \left[\frac{k}{B} \frac{dB}{dx} + \frac{j}{d_s} \frac{dd_s}{dx} \right] + \frac{k_c^2}{k_0^2} \left(\frac{B}{B_0} \right)^{2k} \left(\frac{d_s}{d_{s0}} \right)^{2j} \left[\frac{(k-1)}{B} \frac{dB}{dx} + \frac{j}{d_s} \frac{dd_s}{dx} \right] \quad (1)$$

河床高 z は、 $i = -dz/dx$ であるから次式で与えられる。

$$z = z_0 - \int_0^x i \, dx \quad (2)$$

ここに、 I_0 ：基準点における水面勾配、添字0は基準点を示している。 B ：河川巾、 d_s ：河床土砂の平均粒径、 k ：水深、 x ：流れ方向にとった距離、 z ：河床高である。 b, f, k, j, k_c の値は近似的に $b = 2/5$, $f = 3/5$, $j = 1/5$, $k = 4/5$ をとてよい。

(1) 式において $B(x)$, $\alpha_s(x)$ の関数形が与えられれば平衡勾配 i を求めることができる。

シ. 分割法による河床高と平衡勾配の計算式

(a) 河床高の計算式

この分割法は河道を微小区間に分割し、その区間の河床高の差から河床高を求める方法である。⁽¹⁾ $i = -dz/dx$ の式と (1) 式を使用して計算しようとしている区域を n 個の区間に分割した場合、この分割した、ある一つの Δx_η 区間における河床高の差 Δz_η はつぎのごとくに表示されうる。⁽¹⁾

$$\begin{aligned} \Delta z_\eta = & -I_0 \left(-\frac{B}{B_0}\right)_n^b \left(\frac{\alpha_s}{\alpha_{s0}}\right)_n^f \Delta x_\eta \\ & + k_0 \left(\frac{B}{B_0}\right)_n^{-k} \left(\frac{\alpha_s}{\alpha_{s0}}\right)^{-j} \left[k \left(\frac{B_0}{B}\right)_n \left(\frac{\Delta B}{B_0}\right) + j \left(\frac{\alpha_{s0}}{\alpha_s}\right)_n \left(\frac{\Delta \alpha_s}{\alpha_{s0}}\right) \right] \\ & + \frac{k_0^2 \alpha_{s0}}{k_0^2} \left(\frac{B}{B_0}\right)_n^2 \left(\frac{\alpha_s}{\alpha_{s0}}\right)_n^2 \left[(1-k) \left(\frac{B_0}{B}\right)_n \left(\frac{\Delta B}{B_0}\right) - j \left(\frac{\alpha_{s0}}{\alpha_s}\right)_n \left(\frac{\Delta \alpha_s}{\alpha_{s0}}\right) \right] \end{aligned} \quad \text{--- (3)}$$

つぎに、 η の点における河床高 z_η は

$$z_\eta = z_0 + \sum_{\eta=0}^{\eta} \Delta z_\eta \quad \text{--- (4)}$$

($\eta = 0, 1, 2, \dots, n$; $\Delta z_0 = 0$)

ここに、添字 n は Δx_η 区間における平均値を示し、 ΔB および $\Delta \alpha_s$ は Δx_η へだてた両端の B および α_s の差である。

ΔB は ($x > 0$) 上流に基準点をとって下流へ向って計算する場合に、断面が拡大するとき $\Delta B > 0$ 、縮小するとき $\Delta B < 0$; ($x < 0$) 下流に基準点をとって上流へ向って計算する場合に、断面が拡大するとき $\Delta B > 0$ 、縮小するときは、 $\Delta B < 0$ である。 $\Delta \alpha_s$ は上流に基準点をとって下流へ向って計算する場合には、下流に行くにしたがい α_s が増加するとき $\Delta \alpha_s > 0$ 、減少するとき $\Delta \alpha_s < 0$ である。

下流に基準点を取り上流に向かって計算する場合には、上流に行くにしたがい d_s が増加するとき $\Delta d_s > 0$ 、減少するとき $\Delta d_s < 0$ である。 k_{om}^3 は $k_{om}^3 = Q^2 / g B_m^3$ で与えられる。

(b) 平衡勾配の計算式

各地点の平衡勾配は(3)式から得られた $\Delta z/\eta$ と分割した区間 $\Delta x/\eta$ の値を使用して次式により求められる。

$$i\eta = - \frac{\Delta z/\eta}{\Delta x/\eta} \quad \text{----- (5)}$$

(c) 粒径変化がない場合の河床高の計算式

n 個に分割した最後の $\Delta x/\eta = n$ の区間における $(d_s/d_{s0})_n$ が $(d_s/d_{s0})_n \div 1$ であるような、流下にもなう粒径の変化が少ない河川では(3)式に $(d_s/d_{s0})_n \div 1$ 、 $(\Delta d_s/d_s) \div 0$ を代入して次式をうる。

$$\begin{aligned} \Delta z/\eta = & -I_0 \left(\frac{B}{B_0}\right)_m^b \Delta x/\eta + k k_0 \left(\frac{B}{B_0}\right)_n^{-(k+1)} \left(\frac{\Delta B}{B_0}\right) \\ & + (1-k) \frac{k_{om}^3}{k_0^2} \left(\frac{B}{B_0}\right)_n^{(2k-1)} \left(\frac{\Delta B}{B_0}\right) \quad \text{----- (6)} \end{aligned}$$

(d) 河川巾が一定の場合の河床高の計算式

巾が一定の場合は(3)式に $(B/B_0)_m = 1$ 、 $(\Delta B/B_0) = 0$ を代入して次式をうる。

$$\begin{aligned} \Delta z/\eta = & -I_0 \left(\frac{d_s}{d_{s0}}\right)_m^f \Delta x/\eta + j k_0 \left(\frac{d_s}{d_{s0}}\right)_m^{-(j+1)} \left(\frac{\Delta d_s}{d_{s0}}\right) \\ & - \frac{j k_{om}^3}{k_0^2} \left(\frac{d_s}{d_{s0}}\right)_m^{(2j-1)} \left(\frac{\Delta d_s}{d_{s0}}\right) \quad \text{----- (7)} \end{aligned}$$

距離 x と粒径 d_s との関係が(B)式の形で与えられるならば、河川巾一定の場合の平衡勾配と河床高の計算式は(9)式および(10)式のごとくになる。

$$(ds/ds_0) = e^{-cx} \quad \text{-----} \quad (8)$$

ここに、 e ；自然対数の底， c ；粒径減少係数である。

(7) 式を書き代えると

$$\begin{aligned} -i = \frac{dz}{dx} = & -I_0 \left(\frac{ds}{ds_0} \right)_m^f + j h_0 \left(\frac{ds}{ds_0} \right)_m^{-(j+1)} \left(\frac{1}{ds_0} \right) \frac{dds}{dx} \\ & - \frac{j h_{c0}^3}{h_0^2} \left(\frac{ds}{ds_0} \right)_m^{(2j-1)} \left(\frac{1}{ds_0} \right) \frac{dds}{dx} \end{aligned}$$

この式に $ds = ds_0 e^{-cx}$ ， $dds/dx = -c ds_0 e^{-cx}$ ，
 $h_c^3 = Q^2/gB^2 = Q^2/gB_0^2 = h_{c0}^3$ を代入して整理すると，平衡勾配 i は (9) 式のごとくになる。

$$i = I_0 e^{-cfx} + c j h_0 e^{cfx} - \frac{h_{c0}^3}{h_0^2} c j e^{-2cfx} \quad \text{-----} \quad (9)$$

河床高 z は，(9) 式を (2) 式に代入し，積分して (10) 式をうる。

$$\begin{aligned} z = z_0 + \frac{I_0}{cf} \left\{ e^{-cfx} - 1 \right\} - h_0 \left\{ e^{cfx} - 1 \right\} \\ - \frac{h_{c0}^3}{2h_0^2} \left\{ e^{-2cfx} - 1 \right\} \quad \text{-----} \quad (10) \end{aligned}$$

崩水路における水面計算と同様に，平衡勾配および河床高を求める場合も，射流であれば上流に基準点をとり下流へ向って計算を行ない，常流であれば下流に基準点をとり上流へ向かって計算を行なえばよい。下流に基準点をとり上流へ向かって計算を行なう場合には (1)，(2)，(3)，(5)，(6)，(7)，(8)，(9)，そして (10) 式において $dx = -dx$ ， $\Delta x \eta = -\Delta x \eta$ ，そして $z = -z$ とおきかえればよい。

4. 基準点における水面勾配 I_0 の決定方法

基準点にとる場所は，基準点付近の河川巾がほぼ一様であり，河床がほぼ一様であり，河床が滑らかで，しかも変動がなく等流状態になるような場所にとるべきである。

(1) 平衡勾配および河床高の計算のための流量と流砂量の決定

(a) 流量 流量に関する観測資料があるときは、年数回起るような支配的な洪水流量を平衡勾配および河床高の計算のための流量とする。観測資料がないときは計画高水流量をとればよい。

(b) 流砂量 各地点の流砂量は実測により求めるか、あるいは次式により計算する。

$$Q_{s\eta} = \frac{10 Q^5}{g^2 d_s \{(\alpha_s) - 1\}^2 B^4 h^5} \left[4.0 + 5.75 \log_{10} \left(\frac{h}{d_{65}} \right) \right]^{-5}$$

----- (11)

ここに、 Q ；流量， g ；重力の加速度， d_{65} ；通過率65%に相当する粒径， h ；水深， B ；河川巾， α_s ；平均粒径。

(11) 式を使用し、計算しようとしている流量 Q に対応する各地点の $Q_{s\eta}$ を求める、つぎにこれらの $Q_{s\eta}$ の平均値を求め、この $Q_{s\eta}$ の平均値を流砂量 Q_s とする。

(2) 水面勾配 I_0 の決定法

(a) 流送流砂量に制限がない場合 実測または(11)式から得た Q_s と流量 Q に対応する水理量を使用して I_0 は次式により計算する。

$$I_0 = \epsilon \left[2 + \left(\frac{B_0}{h_0} \right) \right] Q_s^{3/5}, \quad \epsilon = \frac{1}{B_0} \left[\frac{d_{50} \{(\alpha_p) - 1\}^2}{10 B_0 g^{1/2}} \right]^{3/5}$$

----- (12)

$= \text{const.}$

(b) 流送流砂量に制限がある場合 河川の下流部あるいは計算区域内のある断面において、流送しうる流砂量に、ある最大の制限があるときは、 Q_s として、その限界値をとる。この Q_s を使用して(12)式により I_0 を求める。ゆえに、流送しうる限界流砂量 Q_s に対応する限界流量も求めることができる。

(c) 計算区域内に絶対に河床高の変化をさせられない地点がある場合、計算区域内のある地点（例えば、仮りにD点とする）に床固め伏越し等の河川構造物が設けられており、河床を変動させられ

ないとき、この地点の河床面に、平衡曲線が通るような I_0 を求めるには、前述したように各地点の $Q_{s\eta}$ を求め、これら各地点の $Q_{s\eta}$ の平均値を Q_s とし、この Q_s を使用して (12) 式から I_0 を仮定する。この仮定した I_0 を使用して平衡曲線を計算し、D 点を平衡曲線が通るように Q_s を少しずつ変化させて試算により Q_s および I_0 を決定し、D 点を通る平衡曲線をうる。河川構造物を破壊せず、絶対に河床高の変化をさせないためには試算により得られた Q_s とこの Q_s に対応した流量 Q を越えるような Q_s や Q をなるべく流下させないようにすればよい。

5. 計画河床勾配および計画河床高の決定法

いま、仮りに計画高水（洪水）流量を Q とすると、この Q に対応する流砂量は実測または (11) 式を用い前述の方法により決定できる。この決定された流砂量を計画流砂量 Q_s と呼ぶことにする。この計画流砂量 Q_s を使用して基準点における水面勾配 I_0 を (12) から求める。かくて、計画高水流量 Q に対応する計画流砂量 Q_s および基準点の水面勾配 I_0 が求められたから $B(x)$, $Q_s(x)$ の関数形、計画高水流量に対応する基準点の水深 h_0 および基準点の河床高 z_0 が与えられれば、平衡勾配および河床高が求められる。この求められた平衡勾配を計画河床勾配に、河床高を計画河床高にとればよい。

6. 数 表

数値計算を簡単にするために、 $u = 1.00 \sim 4.95$ について $u^{1/5}$, $u^{2/5}$, $u^{3/5}$, $u^{4/5}$, $u^{6/5}$, $u^{8/5}$ そして $u^{9/5}$ の数表を表-1, 表-2に示す。

7. 計算例

計算例は講演時に述べる予定である。

参 考 文 献

- (1) 堀田重臣, 河村三郎; “流砂ある河川における平衡勾配について”
土木学会論文集, 第70号 昭. 35, 9

Table

u	$u^{\frac{1}{5}}$	$u^{\frac{2}{5}}$	$u^{\frac{3}{5}}$	$u^{\frac{4}{5}}$	$u^{\frac{5}{5}}$	$u^{\frac{6}{5}}$	$u^{\frac{7}{5}}$	$u^{\frac{8}{5}}$
1.00	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
1.05	1.0098	1.0197	1.0297	1.0398	1.0604	1.0812	1.0917	1.0917
1.10	1.0192	1.0389	1.0589	1.0792	1.1212	1.1647	1.1872	1.1872
1.15	1.0283	1.0575	1.0875	1.1183	1.1826	1.2506	1.2860	1.2860
1.20	1.0371	1.0757	1.1156	1.1570	1.2446	1.3387	1.3884	1.3884
1.25	1.0456	1.0934	1.1433	1.1954	1.3070	1.4291	1.4943	1.4943
1.30	1.0539	1.1107	1.1705	1.2335	1.3700	1.5216	1.6036	1.6036
1.35	1.0619	1.1275	1.1973	1.2714	1.4335	1.6163	1.7162	1.7162
1.40	1.0696	1.1441	1.2237	1.3089	1.4975	1.7132	1.8324	1.8324
1.45	1.0771	1.1602	1.2497	1.3642	1.5619	1.8121	1.9519	1.9519
1.50	1.0845	1.1761	1.2754	1.3832	1.6267	1.9131	2.0747	2.0747
1.55	1.0916	1.1916	1.3008	1.4199	1.6920	2.0162	2.2009	2.2009
1.60	1.0986	1.2068	1.3258	1.4565	1.7577	2.1213	2.3303	2.3303
1.65	1.1053	1.2218	1.3505	1.4928	1.8238	2.2283	2.4630	2.4630
1.70	1.1120	1.2365	1.3749	1.5288	1.8903	2.3373	2.5990	2.5990
1.75	1.1184	1.2509	1.3990	1.5647	1.9572	2.4483	2.7382	2.7382
1.80	1.1247	1.2651	1.4229	1.6004	2.0245	2.5612	2.8806	2.8806
1.85	1.1309	1.2790	1.4464	1.6358	2.0922	2.6759	3.0263	3.0263
1.90	1.1370	1.2927	1.4698	1.6711	2.1603	2.7926	3.1751	3.1751
1.95	1.1429	1.3062	1.4929	1.7062	2.2286	2.9111	3.3271	3.3271
2.00	1.1487	1.3195	1.5157	1.7411	2.2974	3.0314	3.4822	3.4822
2.05	1.1544	1.3326	1.5383	1.7758	2.3665	3.1536	3.6405	3.6405
2.10	1.1600	1.3455	1.5607	1.8104	2.4359	3.2776	3.8018	3.8018
2.15	1.1654	1.3582	1.5829	1.8448	2.5057	3.4033	3.9663	3.9663
2.20	1.1708	1.3708	1.6049	1.8790	2.5758	3.5308	4.1339	4.1339
2.25	1.1761	1.3832	1.6267	1.9131	2.6462	3.6601	4.3046	4.3046
2.30	1.1813	1.3954	1.6483	1.9471	2.7169	3.7911	4.4783	4.4783
2.35	1.1864	1.4074	1.6697	1.9809	2.7880	3.9238	4.6550	4.6550
2.40	1.1914	1.4193	1.6909	2.0145	2.8593	4.0582	4.8348	4.8348
2.45	1.1963	1.4311	1.7120	2.0480	2.9309	4.1944	5.0176	5.0176
2.50	1.2011	1.4427	1.7329	2.0814	3.0028	4.3322	5.2035	5.2035
2.55	1.2059	1.4542	1.7536	2.1146	3.0750	4.4716	5.3923	5.3923
2.60	1.2106	1.4655	1.7741	2.1477	3.1475	4.6127	5.5841	5.5841
2.65	1.2152	1.4767	1.7945	2.1807	3.2203	4.7555	5.7789	5.7789
2.70	1.2198	1.4878	1.8148	2.2136	3.2933	4.8998	5.9766	5.9766
2.75	1.2242	1.4988	1.8348	2.2463	3.3667	5.0458	6.1773	6.1773
2.80	1.2287	1.5096	1.8548	2.2789	3.4402	5.1934	6.3809	6.3809
2.85	1.2330	1.5203	1.8746	2.3114	3.5141	5.3426	6.5875	6.5875
2.90	1.2373	1.5309	1.8943	2.3438	3.5882	5.4933	6.7970	6.7970
2.95	1.2416	1.5414	1.9138	2.3761	3.6626	5.6457	7.0094	7.0094

Table 2

u	$u^{1/5}$	$u^{2/5}$	$u^{3/5}$	$u^{4/5}$	$u^{6/5}$	$u^{8/5}$	$u^{9/5}$
3.00	1.2457	1.5518	1.9332	2.4082	3.7372	5.7995	7.2247
3.05	1.2499	1.5621	1.9524	2.4403	3.8121	5.9550	7.4429
3.10	1.2539	1.5723	1.9716	2.4722	3.8872	6.1119	7.6639
3.15	1.2579	1.5824	1.9906	2.5041	3.9625	6.2704	7.8879
3.20	1.2619	1.5924	2.0095	2.5358	4.0381	6.4304	8.1147
3.25	1.2658	1.6023	2.0283	2.5675	4.1140	6.5919	8.3443
3.30	1.2697	1.6122	2.0470	2.5990	4.1900	6.7550	8.5768
3.35	1.2735	1.6219	2.0655	2.6305	4.2663	6.9195	8.8121
3.40	1.2773	1.6315	2.0839	2.6618	4.3428	7.0854	9.0503
3.45	1.2810	1.6411	2.1023	2.6931	4.4196	7.2529	9.2913
3.50	1.2847	1.6505	2.1205	2.7243	4.4966	7.4218	9.5350
3.55	1.2884	1.6599	2.1386	2.7554	4.5737	7.5922	9.7816
3.60	1.2920	1.6692	2.1566	2.7864	4.6512	7.7640	10.0310
3.65	1.2956	1.6785	2.1746	2.8173	4.7288	7.9372	10.2831
3.70	1.2991	1.6876	2.1924	2.8481	4.8066	8.1119	10.5381
3.75	1.3026	1.6967	2.2101	2.8789	4.8847	8.2880	10.7968
3.80	1.3060	1.7057	2.2278	2.9096	4.9630	8.4655	11.0563
3.85	1.3095	1.7147	2.2453	2.9401	5.0414	8.6444	11.3195
3.90	1.3128	1.7236	2.2628	2.9707	5.1201	8.8248	11.5856
3.95	1.3162	1.7324	2.2801	3.0011	5.1990	9.0065	11.8543
4.00	1.3195	1.7411	2.2974	3.0314	5.2780	9.1896	12.1257
4.05	1.3228	1.7498	2.3146	3.0617	5.3573	9.3741	12.3999
4.10	1.3260	1.7584	2.3317	3.0919	5.4368	9.5599	12.6768
4.15	1.3293	1.7669	2.3487	3.1220	5.5164	9.7471	12.9565
4.20	1.3324	1.7754	2.3656	3.1521	5.5963	9.9357	13.2388
4.25	1.3356	1.7838	2.3825	3.1821	5.6763	10.1256	13.5239
4.30	1.3387	1.7922	2.3993	3.2120	5.7565	10.3169	13.8116
4.35	1.3418	1.8005	2.4160	3.2418	5.8370	10.5095	14.1020
4.40	1.3449	1.8088	2.4326	3.2716	5.9176	10.7035	14.3951
4.45	1.3479	1.8170	2.4492	3.3013	5.9984	10.8987	14.6909
4.50	1.3510	1.8251	2.4652	3.3310	6.0793	11.0953	14.9894
4.55	1.3539	1.8332	2.4820	3.3605	6.1605	11.2932	15.2905
4.60	1.3569	1.8412	2.4984	3.3901	6.2418	11.4924	15.5942
4.65	1.3598	1.8492	2.5146	3.4195	6.3233	11.6929	15.9007
4.70	1.3628	1.8571	2.5308	3.4489	6.4050	11.8948	16.2098
4.75	1.3656	1.8650	2.5469	3.4782	6.4868	12.0979	16.5215
4.80	1.3685	1.8728	2.5630	3.5075	6.5689	12.3023	16.8358
4.85	1.3713	1.8806	2.5790	3.5367	6.6510	12.5079	17.1528
4.90	1.3742	1.8883	2.5949	3.5658	6.7334	12.7149	17.4724
4.95	1.3769	1.8960	2.6107	3.5949	6.8159	12.9232	17.7946