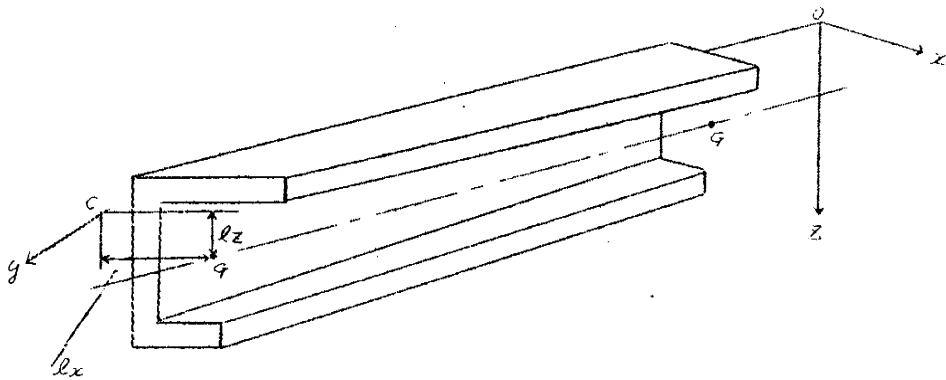


梁の曲げ捩り振動に就て

信州大学工学部 吉田 俊 弘

任意の断面形を有する梁に於ては、その断面の重心軸と、*shear-center* の軸とは一般に一致しない。この様な梁が振動する場合には、曲げと同時に捩り振動を伴う。



梁の振動中に於ける変位は次の3つの Component の resultant と考えられる。

$$\left. \begin{aligned} Z &= (a_1 Y_1 + a_2 Y_2 + a_3 Y_3 + \dots) \sin pnt, \\ \theta &= (\varphi_1 Y_1' + \varphi_2 Y_2' + \varphi_3 Y_3' + \dots) \sin pnt, \\ x &= (b_1 Y_1'' + b_2 Y_2'' + b_3 Y_3'' + \dots) \sin pnt. \end{aligned} \right\}$$

従つて potential energy 及び kinetic energy は 次の様に表わされる。

$$V = \frac{1}{2} \{ K_x \sum a_i^2 Q_i + C \sum \varphi_i^2 R_i + K_z \sum b_i^2 S_i \} \sin^2 pnt$$

$$T = \frac{1}{2} \rho A \left\{ \left(\sum a_i^2 \dot{Q}_i - 2 \sum a_i a_k \dot{Q}_i \dot{Q}_k \right) + 2 l_x \sum a_i \varphi_k \dot{Q}_i \dot{Q}_k \right. \\ \left. + \left((l_x^2 + l_z^2 + \frac{I_y}{A}) (\sum \varphi_i^2 \dot{Q}_i' + 2 \sum \varphi_i \varphi_k \dot{Q}_i \dot{Q}_k') \right) \right. \\ \left. + \left(\sum b_i^2 \dot{Q}_i + 2 \sum b_i b_k \dot{Q}_i \dot{Q}_k' \right) + 2 l_z \sum \varphi_i b_k \dot{Q}_i \dot{Q}_k' \right\} p m^2 \cos^2 pnt$$

茲に、 Q_i, R_i, S_i は $\int_0^l \left(\frac{d^2 Y_i}{dy^2} \right)^2 dy, \int_0^l \left(\frac{d Y_i'}{dy} \right) dy$ 及び

190.

$\int_0^l \left(\frac{d^2 y_i}{dy^2} \right)^2 dy$ を表し y_i, y_i', y_i'' は それぞれ $\int_0^l y_i^2 dy$.

$\int_0^l y_i'^2 dy$ 及び $\int_0^l y_i''^2 dy$ を表す. また $y_{ik}, y_{ik}', y_{ik}''$ は

$\int_0^l y_i y_k dy, \int_0^l y_i y_k' dy, \int_0^l y_i y_k'' dy$ を表す.

いま、変位の次の項のみをとり Rayleigh-Ritz の方法を適用すれば
次の振動数方程式を得る。

$$\left[1 + E_x \left(1 - \frac{\phi^2}{\eta} \right) + E_z \left(1 - \frac{\xi^2}{\psi \eta} \right) \right] \left(\frac{\rho n^2}{\rho_0^2} \right)^3 - \left[1 + \lambda + \kappa + E_x \left(1 + \kappa - \frac{\phi^2}{\eta} \kappa \right) \right. \\ \left. + E_z \left(1 + \kappa - \frac{\xi^2}{\psi \eta} \right) \right] \left(\frac{\rho n^2}{\rho_0^2} \right)^2 + \left[(1 + \kappa) \lambda + (1 + E_x + E_z) \kappa \right] \left(\frac{\rho n^2}{\rho_0^2} \right) - \lambda \kappa = 0$$

但し $\eta = \frac{y_i}{y_i'}$, $\gamma = \frac{y_{ii}'}{y_i'}$, $\phi = \frac{y_i''}{y_i'}$, $\xi = \frac{y_{ii}''}{y_i'}$.

$$\rho_0^2 = \frac{K \times Q_i}{\rho A y_i}, \quad \lambda = \frac{C R_i A}{K \times Q_i I_G \eta}, \quad E_x = \frac{e x^2 A}{I_G}.$$

$$E_z = \frac{e z^2 A}{I_G}, \quad \kappa = \frac{1}{\psi} \frac{K z S_i}{K \times Q_i}.$$