A－12　交通工学における輻輳問題の一般的考察

岐阜大学工学部　角　田　敦　雄
加　藤　　　晃

1　まえがき

戦後，自動車交通の分野は戦前と事情を全く異にして著しい発展をなしつゝある。自動車の性能向上と保有台数の躍進的な増加傾向に伴って交通量は予想を上廻って激増の一途をたどって来た。この傾向に刺戟されて道路交通に対する一般の関心も高まり，道路政策の面においても積極的な推進が行われ，建設は活況を呈し，予算の改正や構造令の刷新も企画され，日本道路公団の創設による有料道路の建設管理という画期的な体制も整うに至った。しかし内情を省察してみると，まことに好ましくない現象が目立ち道路交通の将来に多くの危惧を感じさせる。すなわち自動車交通の急激な発展に追随する道路交通，中でも都市交通におけるはなはだしい混乱輻輳と交通事故の頻発である。この行詰った現状を救うには，今後長期にわたって広汎な道路施設の建設改良整備の計画を立て巨額の投資が行われなければならないのであるが，その計画が経済的かつ有効に実施されるには綿密な調査研究と高度な理論を必要とするのであり，従来の狭い意味での道路工学の智識だけでは不十分であって更に新しい科学的智識の導入が必要であり，この見地から交通工学(TRAFFIC ENGINEERING)的研究方法が注視されるわけである。交通工学の分野は路上交通物の管理，交通調査，将来の計画，交通事故の防止，更に交通容量の追求などかなり広範囲なものであるが，ここでは道路交通の混乱，交通事故の原因となっている輻輳の問題について一般的考察をすることにしたい。これら輻輳の問題は交通の輻輳，混乱の解決，交通事故の予防に役立つばかりでなく更に交通容量，駐車容量，バスターミナルの設計基準，交叉点，平面交叉踏切の処理問題にも応用されるが個々の問題については未だ解明していない点も多く基礎的な解析方法と二三の問題について若干の考察を試みたものである。

2　交通流の輻輳現象における諸性質

一般に交通工学における輻輳の問題は，車と車，人と車，人と人の衝突(これは交通事故としての衝突でなく，単に車や人が同時にある『場』に生じたことをさす)を解明すること，すなわち確率論的な見方からすれば偶然量の同時生起の確率を追求することになる。

さて交通工学における輻輳現象を問題とする場合，偶然量は当然人であり，車である。従つてこれら車や人のある状態の生起回数を問題としなければならないが，これらの現象は云うまでもなく離散的（DISCRETE）に起るわけである。この観点からみれば交通工学における輻輳問題は稀現象(RARE－EVENTS）問題である。この稀現象問題の解析には確率論的型式を導入し，仮設の検定とか，母径数の推定，さらに統計的平衡条件が解析の基礎となることが多い。この種の問題において一番よく用いられることはPoisson 分布のあてはめと云うことである交通工学における輻輳の問題は必ずしもPoisson 分布のみが適用されるのではなくPoisson 分布のあてはめがうまくゆかない問題も多いのである。例えば非常に交通量が多くなつたときの街路交通量の算定とか，交さ点，平面交さの踏切における輻輳現象を時間を區間単位とした生起回数から追求する場合などがそれである。このような場合はPoisson分布のあてはめがうまくゆかないが，こゝではPoisson分布の適用される現象について述べることにする。普通Poisson分布を適用するためには，次の三点で制約をうける。

1. 離　散　性
2. 独　立　性
3. 斉　時　性

この三條件のうち，離散性については交通物自体の生起現象を問題とする限り常に成立するものであり問題とはならないが，独立性は前例に述べたように，非常に交通量の多い街路の交通容量や交さ点を問題とするときは，個々の自動車（交通物）は独立性をなくして，前の車の影響をうけ遅滞はそのまま遅滞として後の車に作用するようになる。また斉時性については，交通物を対象とするのであるから時間による週期があり，時間の原点を無制限に移動させることはできなく厳密には斉時性の條件を満足しない。しかし輻輳が問題となるときは最混雑時とかラッシュ時のような場合が多いので，その時間内で原点の移動を考えれば該当時間内の現象について斉時性が保たれることになる。

3　解析の基礎となる理論

交通現象を扱う場合は前述のように離散性があるため単位時間内に起る具体的な現象を取扱うとき，観測された現象のとり得る値は零および正の整数値となる従つて時間の経過に対する現象の変化は時間tの階段状函数として示される。また現象の独立性から任意の時間

$$t-\Delta t < t < t+\Delta t$$

の間で，時間 t における現象の確率変数 $X(t)=0,1,2,\cdots\cdots n$ と時間 t と t + Δ t の間の現象の変化

$$X(t+\Delta t)-X(t)$$

但し $X(t+\Delta t)=0,1,2\cdots\cdots n$

とは互に独立であり，この間の確率現象は Δ t だけに関係する。いま $X(t)=r$ で（t, t + Δ t）の間にちょうど 1 つの変化が生じて

$X(t+\Delta t)=r+1$ となるときの確率を $A(r)\Delta t+O(\Delta t)$

$X(t+\Delta t)=r-1$ となるときの確率を $A^{-1}(r)\Delta t+O(\Delta t)$

と示すことにする．この間に高階の変化が生ずることは $(\Delta t)^n$ の order であり Δ t を充分小さくとれば省略してもよいと考えられる．

上述のことから $P\{X(t)=r\}$ について $X(t+\Delta t)=r$ となる場合を考えると次の 4 通りの場合が考えられる．

1° （t, t + Δ t）の間に変化がなくしたがって $X(t)=r$ の場合

2° （t, t + Δ t）の間に 1 個（台または人）の変化が生じて $X(t+\Delta t)-X(t)=A(r)\Delta t$ したがって，$X(t)=r-1$ の場合

3° （t, t + Δ t）の間に 1 個の変化があり $X(t+\Delta t)-X(t)=A^{-1}(r)\Delta t$ したがって $X(t)=r+1$ の場合

4° （t, t + Δ t）の間に 2 個以上の変化が生じた場合

これらはいずれも排反事象であるから次の関係が成立する．

$$\begin{aligned}P\{X(t+\Delta t)=r\}=&\{1-A(r)\Delta t-A^{-1}(r)\Delta t-O(\Delta t)\}P\{X(t)=r\}\\&+A(r)\Delta t\cdot P\{X(t)=r-1\}\\&+A^{-1}(r)\Delta t\,P\{X(t)=r+1\}+O(\Delta t)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)\end{aligned}$$

交通における輻輳状態は同時生起の確率の変化の平衡を考えればよいわけであるから Δ t → 0 の極限において平衡條件式は式（2）のようになる．

$$P'\{X(t)=r\}=-\{A(r)+A^{-1}(r)\}\cdot P\{X(t)=r\}$$

$$+A(r-1)P\{X(t)=r-1\}+A^{-}(r+1)P\{X(t)=r+1\}=0 \quad\cdots\cdots(2)$$

ただし式(2)は $r \geqq 1$ のときはこのまゝ成立するが $r=0$ のときは $P\{X(t)=r-1\}$ は存在し得ないので式(3)のようになる。

$$P'\{X(t)=0\}=-A(0)P\{X(t)=0\}+A^{-}(1)P\{X(t)=1\}=0 \quad\cdots\cdots(3)$$

また駐車場、バスターミナルのごとく有限な容量を追求するときはその最大容量の値をNとすれば、$r=N$ のとき $P\{X(t)=N+1\}$ は存在できず、したがって

$$P'\{X(t)=N\}=-A^{-}(N)P\{X(t)=N\}+A(N)P\{X(t)=N-1\}=0 \quad\cdots\cdots(4)$$

また $t=0$ のとき $X(0)=i$ であれば $P\{X(t)=r\}$ の初期条件は

$$P\{X(0)=r\}=0 \;;\; P\{X(0)=i\}=1 \quad ただし\ i \neq r \quad\cdots\cdots(5)$$

この式(2)を用いてある場に生じた輻輳の平衡条件式を立て、与えられた個々の場合の条件により(3)(4)(5)を用いて式(2)を解析してゆく方式を提案するものであるが、一般式で解析するのは説明が難かしいので2,3の例について説明を加えることにする。