

有限要素法による風速の影響を考慮した音場解析

中央大学 学生会員 ○宮内 暖季 中央大学大学院 学生会員 深澤 一志
中央大学 正会員 檜山 和男

1. はじめに

著者らの既往の研究では、任意形状への適合性に優れた有限要素法を用いた大規模音場解析¹⁾を行ってきた。しかし、風の影響の考慮はなされていなかった。

そこで本研究では、有限要素法を用いた風の影響を考慮した音場解析を行い、その妥当性の検証を行った。

2. 数値解析手法

(1) 支配方程式と条件式

風速の影響を考慮した波動方程式²⁾を以下に示す。

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + 2u_i \frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial t} + u_i u_j \frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial x_j} - c^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x_i^2} = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (1)$$

ここで、 p は音圧、 c は音速、 u_i は各成分における風速、 Ω は解析領域を示す。

次に、初期条件は無音状態とし、以下の式で与える。

$$p = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (3)$$

また、本研究で用いる Neumann 境界条件は以下のよう表せる。

$$q_n = -\frac{\partial p}{\partial n} = \frac{1}{c \pm u_i} \frac{\partial p}{\partial t} \quad \text{on } \Gamma_q \quad (4)$$

ここで、 n は解析境界からの外向き法線ベクトル、 Γ_q は Neumann 境界条件が考慮される境界である。式 (4) は Mur の吸収境界条件であり、右辺項において風速成分が境界から外向きの場合は正号を、内向きの場合は負号を用い、開空間処理として扱う³⁾。

(2) 有限要素法に基づく数値解析

式 (1) に対して Galerkin 法に基づく重み付き残差法の適用し、Green-Gauss の定理を用いると、以下の弱形式が得られる。

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_e} p^* \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} d\Omega + 2u_i \int_{\Omega_e} \frac{\partial p}{\partial x_i} \frac{\partial p}{\partial t} d\Omega \\ & - u_i u_j \int_{\Omega_e} \frac{\partial p^*}{\partial x_j} \frac{\partial p}{\partial x_i} d\Omega + c^2 \int_{\Omega_e} \frac{\partial p^*}{\partial x_i} \frac{\partial p}{\partial x_i} d\Omega \\ & = (u_i u_j - c^2) \int_{\Gamma_q} p^* q_n d\Gamma \quad (5) \end{aligned}$$

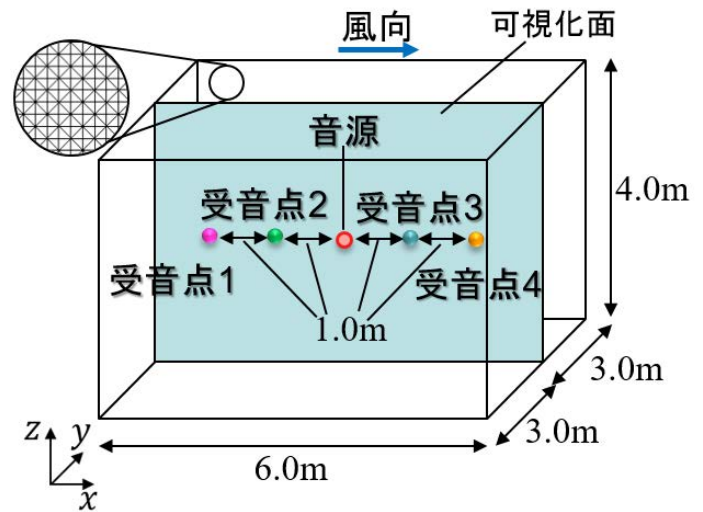


図-1 解析モデル

ここで、 p^* は音圧 p の重み関数である。 Ω_e は要素の領域である。

有限要素として、四面体 1 次要素を用いて得られる各要素における時間に関する常微分方程式を全要素について重ね合わせると、全体の時間に関する常微分方程式は以下のように得られる。

$$\mathbf{M} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \mathbf{D} \frac{\partial p}{\partial t} - \mathbf{K}_v p + \mathbf{K} p = \mathbf{F} \quad (6)$$

ここで、 \mathbf{M} 、 \mathbf{D} 、 \mathbf{K}_v 、 \mathbf{K} 、 \mathbf{F} はそれぞれ質量行列、式 (5) における左辺第 2 項によって生じる行列、左辺第 3 項によって生じる行列、拡散行列、境界積分項を表す。

時間方向の離散化には差分法を用い、各時間の微分項に対して中心差分を施し、反復法の一つである BiCGStab 法により未知数である音圧を求める。

3. 数値解析例

(1) 解析条件

ベンチマーク問題として、図-1 に示す解析モデル用い、風速が音の伝播に与える影響と解析精度に与える影響についての比較を行う。解析モデルの中心を音源位置とし、音源位置から 250Hz の cos 波 1 波長を入力させる。風速は一定とし、解析モデルに示す向きに 0.0、20.0、40.0、60.0m/s とし、4 通りの解析を行う。また、音速は 340.0m/s、時間増分量は 0.01ms、要素分割幅は 1 波長を約 27 分割した 0.05m としている。境界条件は、すべての境界で Mur の吸収境界条件としている。なお、自由度は 1,185,921 である。

KeyWords : 有限要素法, 風速, 波動方程式, 音場解析

連絡先 : 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 TEL : 03-3817-1815 E-mail a19.65sn@g.chuo-u.ac.jp

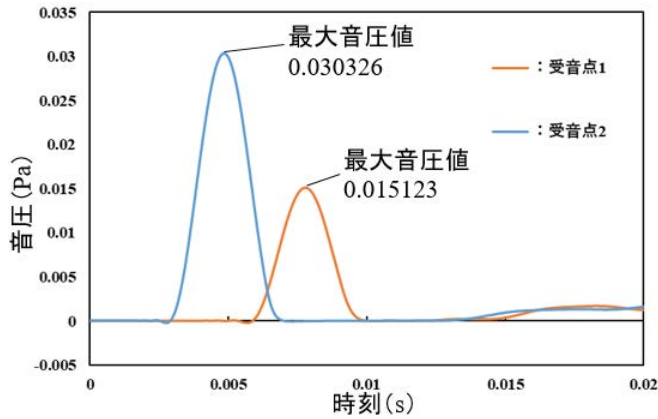


図-2 風速 0.0m/sでの受音点1, 2における時刻歴波形

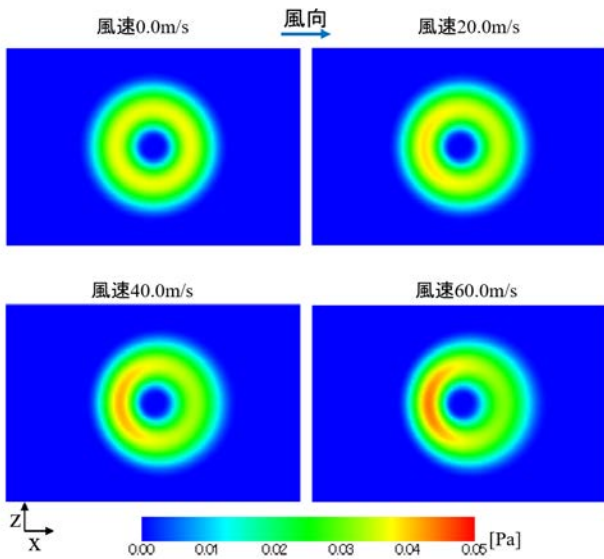


図-3 各風速での可視化結果 ($t = 0.0045[s]$)

表-1 解析結果から算出した見かけの音速

	風速0.0m/s	風速20.0m/s	風速40.0m/s	風速60.0m/s
風下側 見かけの音速[m/s]	340.1	359.7	381.7	401.6
風上側 見かけの音速[m/s]	340.1	320.5	301.2	279.3

(2) 解析結果

解析の妥当性検証のため、2地点での距離減衰による厳密解との比較を行った。図-2に風速 0.0m/sでの音源から等間隔に配置した受音点1, 2における音圧値の比較図を示す。各受音点での最大音圧値から算出される距離減衰率は0.49868であり、厳密解の0.5と概ね一致していることから、風速を考慮しない状態で正しく球面波解析が行えていることを確認した。図-3に各風速での可視化結果、図-4、受音点1, 4における音圧値の比較図を示す。風速の影響により伝播波の到達に差が生じることを確認した。表-1に解析結果から算出したみかけの音速を示す。みかけの音速 c' の算出方法は以下に示す通りである。

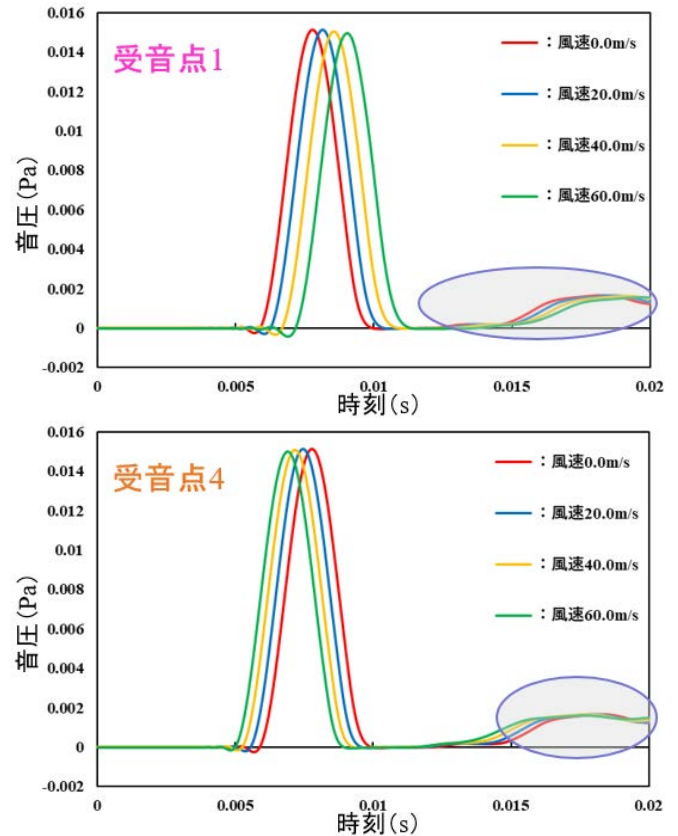


図-4 各風速での受音点1, 4における時刻歴波形

$$c' = \frac{|\text{音源から受音点1, 2(3, 4)までの距離の差}|}{|\text{受音点1, 2(3, 4)での最大音圧値の到達時刻の差}|}$$

風下側では音速に風速を足した値、風上側では音速から風速を引いた値がみかけの音速の厳密解であり、各風速で良い一致を示していることを確認した。ただし、図-4中の円部分に示すように境界面で音が吸収しきれず、反射が発生しており、この点については今後の課題としたい。

4. おわりに

本研究では、有限要素法による風速の影響を考慮した音場解析を行った。結論を以下に示す。

- 風速の影響により、伝播波の到達速度に差が生じることを確認した。
- 解析結果による見かけの音速が厳密解と良い一致を示し、定量的な妥当性を確認した。

今後の課題として、開空間処理方法の検討、風速の影響を考慮した遮音壁周辺の大規模解析、風速の鉛直分布を用いた解析を予定している。

参考文献

- 1) インパルス応答解析に基づく有限要素法を用いた音場解析手法の構築, 計算工学講演会論文集, 計算工学会, Vol.27, E-10-03, 2022.
- 2) Pierce. A. D.: *Acoustics*, the Acoustical Society of America, 1991.
- 3) 野村卓史, 高木耕平: 気象要因の影響を考慮した音の伝播に関する有限要素解析法, 応用力学論文集, 土木学会, Vol.9, pp.221-230, 2006.