# ゲート直下に形成される跳水の下流側断面における乱れ強さに関する二、三の検討

日本大学大学院理工学研究科	学生会員	○榊原瑞生
日本大学理工学部	正会員	佐藤柳言
日本大学理工学部	正会員	高橋正行

# 1. まえがき

跳水は高速水流のエネルギー減勢に有効な現象として知 られている.跳水式減勢工の水叩き工を設計するためには, 跳水の長さを合理的に決定することが重要である.

大津 1) は跳水長の物理的意味を跳水によるエネルギー損 失が達成される長さ(Lio)と解釈し、自由跳水と潜り跳水の 長さが $L_{io}/H_L = f(H_L/H_*)$ の関係で表示されることを示し、 実験式を示した. ここに、HLは跳水による損失水頭、H\*は 跳水始端断面の全水頭である.また,長方形断面水平水路 の自由跳水の長さ Lio の簡易式は,

$$L_{\rm io} = 5.5h_2$$
 for  $4 < F_1 < 10$  (1)

で示されている<sup>2)</sup>. ここに,  $F_1 = U_1/(gh_1)^{0.5}$  は断面 s<sub>1</sub>(図 1 参照)のフルード数, U<sub>1</sub> は断面 s<sub>1</sub>の断面平均流 速, h1 は断面 s1 の水深, g は重力加速度, h2 は跳水終端水 深である. IAHR Design Manual<sup>3)</sup> では USBR<sup>4)</sup> の実験結果 を用いて跳水長 Liu の簡易式,

$$L_{\rm iu} = 6h_2 \quad \text{for} \quad 4 < \mathsf{F}_1 < 12 \tag{2}$$

が示されているものの, USBR の実験の大部分は水平水路 に接続された傾斜水路下流端部から跳水を形成させたもの である <sup>4)</sup>.

佐藤ら<sup>5)</sup>は跳水の長さとエネルギー損失との関係を説明 し、式(1)による跳水終端断面付近の乱れ強さとエネルギー 収支を示し, 跳水長の実験式 [式(1),(2)] を検証した.しか しながら、式(1)による断面より下流側での乱れ強さとエネ ルギー収支については、実験による検討の余地がある.

本研究は、長方形断面水平水路のゲート直下に形成され る自由跳水を対象に,跳水下流側断面の乱れ強さを実験に よって示し、従来提案されている跳水長の実験式の物理的 意味を明確にしようとしたものである.

### 2. 実験

実験は、スルースゲートを有する水路幅 B = 0.600 m の 滑面長方形断面水平水路で行われた. 縮流部 (vena contracta, 図1)に跳水始端 (x = 0) が位置する場合の自由 跳水 (UD と略す) において,  $F_1 = 7.2$ , レイノルズ数  $R[=q/v] = 6.2 \times 10^4$ , アスペクト比  $B/h_1 = 31$  の条件 を対象とした. ここに, q[= Q/B] は単位幅流量, Q は流 量, ν [= μ/ρ] は動粘性係数, μ は水の粘性係数, ρ は水の密 度, x は水路床に沿った流下方向の座標, y は鉛直上向きの 座標である.与えられた  $F_1$  と R が得られるように Q, ゲー トの開口高a,水路下流端の堰高を調整した。なお、縮流部 はゲートから下流に 2a の位置<sup>6)</sup>とした.

流速は、三次元電磁流速計(採取間隔 10ms, 採取時 間 100 s) を用いて測定された.水深は,ポイントゲージ を用いて測定された. なお, 測定は水路中央面 (z = 0, z: 水路横断方向の座標)を対象とした.



図1 スルースゲート直下に形成される自由跳水の定義図



図 2  $\overline{V'^2}/\overline{u'^2}$  の鉛直方向分布

#### 乱れ強さの特性

与えられた F<sub>1</sub> と R に対して, 断面 s<sub>x</sub>(x = L, 図 1) におけ  $\operatorname{d} \overline{V'^2} \left[ = \overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2} \right] \succeq \overline{u'^2} \not\approx \overline{V'^2} / \overline{u'^2} = \operatorname{f} \left( y / h_x, \ x / h_1 \right)$ で整理した一例を図2に示す.ここに, u'[= u - ū], v'[=  $v-\overline{v}$ , w'[=  $w-\overline{w}$ ] は x, y, z 方向の変動流速, u, v, w は x, y, z 方向の瞬間流速, ū, ō, w は x, y, z 方向の時間平均流速であ る. 図2に示されるように, 与えられた x/h<sub>1</sub> に対して,  $y/h_x$  によらず 55  $\leq x/h_1 \leq 109$  では  $V'^2/u'^2 \approx 2$  となる. また, air flow model での実験 <sup>7)</sup> によっても  $V'^2/\overline{u'^2} \approx 2$  と なっている.すなわち,一つの実験条件ではあるものの, 跳水内部と下流側の広範囲な x/h1(55 ≤ x/h1 ≤ 109) では  $V'^2/u'^2 \approx 2$  であることが明らかにされた.

## 4. 跳水のエネルギー損失と跳水長との関係

二次元非圧縮性・粘性流体で定流の場合,検査領域 (control volume, 図 1) に平均流のエネルギー方程式を適用<sup>2),7),8)</sup> し,水頭で表示すると,

$$H_{1} = H_{x} + \frac{1}{\rho g q} \left[ \int_{0}^{h_{x}} \overline{u} \left( \rho \overline{u'^{2}} \right) dy - \int_{0}^{h_{1}} \overline{u} \left( \rho \overline{u'^{2}} \right) dy \right] - \frac{1}{\rho g q} \int_{0}^{L} \int_{0}^{h} \left\{ \rho \left( \overline{u'^{2}} - \overline{v'^{2}} \right) \frac{\partial \overline{u}}{\partial x} + \rho \overline{u'v'} \left( \frac{\partial \overline{u}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{v}}{\partial x} \right) \right\} dy dx$$
(3)

となる.ここに,  $H_1 \ge H_x$  は断面  $s_1(x = 0, 図 1)$  と断面  $\left(\frac{\overline{u}}{U}\right)^5 \frac{\mathrm{d}y}{h}$  $s_x(x = L, 図 1)$ の全水頭  $H \left[ = \alpha \frac{U^2}{2g} + h \right], \alpha = \int_0^h dx$ はエネルギー補正係数, U は断面平均流速である.ただし, 断面  $s_1 \ge s_x$  では静水圧分布であるものとし、y 方向の時間 平均流速 v,粘性応力,水面におけるレイノルズ応力を無視

キーワード:自由跳水,跳水長,乱れ強さ,エネルギー損失,エネルギー方程式 ·連絡先:〒101-8308 東京都千代田区神田駿河台 1-8-14 日本大学理工学部土木工学科 TEL. 03-3259-0676



している. (3)の右辺第二項は断面  $s_1 \ge s_x$  に作用するレイ ノルズ応力による仕事の水頭表示 (Rs. と略す),右辺第三 項は乱れの生成項の水頭表示 (Pro. と略す)である. (3)の 両辺を ( $H_1 - H_x$ )で除して整理すると,

$$\frac{\text{Rs.}}{H_1 - H_x} + \frac{\text{Pro.}}{H_1 - H_x} = 1 \tag{4}$$

が得られる.

検査領域に変動流のエネルギー方程式を適用<sup>2),7),8)</sup>し, 水頭で表示すると,

$$-\frac{1}{\rho g q} \int_{0}^{L} \int_{0}^{h} \left\{ \rho \left( \overline{u'^{2}} - \overline{v'^{2}} \right) \frac{\partial \overline{u}}{\partial x} + \rho \overline{u'v'} \left( \frac{\partial \overline{u}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{v}}{\partial x} \right) \right\} dydx$$

$$= \frac{1}{\rho g q} \left[ \int_{0}^{h_{x}} \left( \rho \frac{\overline{V'^{2}}}{2} \right) \overline{u} dy - \int_{0}^{h_{1}} \left( \rho \frac{\overline{V'^{2}}}{2} \right) \overline{u} dy \right]$$

$$+ \frac{1}{\rho g q} \int_{0}^{L} \int_{0}^{h} \mu \left[ 2 \left\{ \left( \frac{\partial u'}{\partial x} \right)^{2} + \left( \frac{\partial v'}{\partial y} \right)^{2} + \left( \frac{\partial w'}{\partial z} \right)^{2} \right\}$$

$$\overline{+ \left( \frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right)^{2} + \left( \frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right)^{2} + \left( \frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial y} \right)^{2}} \right] dydx$$
(5)

となる. ただし, 乱れの運動エネルギー flux, 変動圧力およ び乱れによる粘性応力を無視<sup>7)</sup>している. (5)の左辺は乱れ の生成項の水頭表示 (Pro.),右辺第一項は乱れの対流項の水 頭表示 (Con. と略す),右辺第二項は乱れの粘性消散項の水 頭表示 (Dis. と略す)である. (3) と (5) より,

$$\frac{\text{Dis.}}{H_1 - H_x} + \frac{\text{Con.}}{H_1 - H_x} + \frac{\text{Rs.}}{H_1 - H_x} = 1$$
(6)

が得られる.

(6)の左辺第二項および左辺第三項は,

$$\frac{\text{Con.}}{H_1 - H_x} = \frac{\int_0^{h_x} \left(\rho \frac{\overline{V'^2}}{2}\right) \overline{u} \, \mathrm{d}y - \int_0^{h_1} \left(\rho \frac{\overline{V'^2}}{2}\right) \overline{u} \, \mathrm{d}y}{\rho g q (H_1 - H_x)}, \qquad (7)$$

$$\frac{\text{Rs.}}{H_1 - H_x} = \frac{\int_0^{h_x} \overline{u} \left(\rho \overline{u'^2}\right) \, dy - \int_0^{h_1} \overline{u} \left(\rho \overline{u'^2}\right) \, dy}{\rho g q (H_1 - H_x)} \tag{8}$$

で示される.与えられた F<sub>1</sub> と R に対して, Con./( $H_1 - H_x$ ) と Rs./( $H_1 - H_x$ )を求めた結果を図 3 と図 4 に示す.ただ し,断面 s<sub>1</sub> における  $\overline{u'^2}$  および  $\overline{u}$  は佐藤ら<sup>5)</sup>の結果を与え ている.また、(7) において,断面 s<sub>1</sub> では滑面開水路乱流の 乱れ特性<sup>9)</sup>より, $\overline{V'^2} = 1.8\overline{u'^2}$ とし,3.の結果より断面 s<sub>x</sub> では  $\overline{V'^2} = 2\overline{u'^2}$ とする.

図 3 と図 4 に示されるように,  $27 \le x/h_1 < 53$  では,  $x/h_1$ の増加とともに, Con./ $(H_1 - H_x)$ と Rs./ $(H_1 - H_x)$ はそれ ぞれ小さくなる.  $x/h_1 \ge 53$  では Rs./ $(H_1 - H_x) \le 0.01$ ,



Con./( $H_1 - H_x$ )  $\leq 0.01$  となり,  $x/h_1$  によらずそれぞれほ ぼ一定の値を示している.よって,与えられた F<sub>1</sub> と R に対 して  $x/h_1 \geq 53$  では,Dis./( $H_1 - H_x$ )  $\gtrsim 0.98$  になっている ことから,(4) と (6) より,

Pro. 
$$\simeq$$
 Dis.  $\simeq H_1 - H_x$  (9)

となる. (9) が成立する断面  $(x/h_1 \ge 53)$  では,跳水内部で 生成された乱れが粘性消散し,エネルギーが十分に減勢さ れているため,(1)と(2) は跳水によるエネルギー損失が完 了している断面を表示する式である.さらに,(9) が成立す る最上流側の断面  $(x/h_1 = 53)$  は(1) で定められる跳水終端 断面  $(L_{jo}/h_1 = 54)$  とほぼ一致するため,(1) は跳水による エネルギー損失が達成される最上流側断面を表示する簡易 式であることが示された.

### 5. まとめ

長方形断面水平水路のゲート直下に形成される自由跳水 (跳水始端断面のフルード数  $F_1 = 7.2$ , レイノルズ数  $R = 6.2 \times 10^4$ )の下流側断面における乱れ強さについて検討し,以下の結果が示された.

- ・跳水下流側断面 (55  $\leq x/h_1 \leq 109$ ) において  $\overline{V'^2}/\overline{u'^2} \approx 2$ となることを明確にした.
- •(7) における乱れの対流項の水頭表示 Con./ $(H_1 H_x)$ と (8) におけるレイノルズ応力による仕事の水頭表 示 Rs./ $(H_1 - H_x)$ を間接的に求め、本実験の範囲では  $x/h_1 \ge 53$ で(9)の関係になることを示した.
- (1), (2) によって定められる跳水長は,跳水によるエネル ギー損失が達成されている長さであることが実証された.

謝辞:著者の一人(高橋正行)は本研究の一部に科研費 (19K04624)の助成を受けた.ここに記して謝意を表します.

#### 参考文献

- 大津岩夫:台形および長方形断面水路の自由跳水と潜り跳水, 土木学会論文報告集, 1976(246), 57-72, 1976.
- Ohtsu, I., Yasuda, Y., and Awazu, S.: Free and submerged hydraulic jumps in rectangular channels, 35 Rep. Res. Inst. Sci. Technol., Nihon Univ., 1990.
- 3) Vischer, D. and Hager, W.: *Energy dissipators*, 9 of *IAHR Hydraulic structures design manual*, A.A. Balkema, Rotterdam, Netherlands, 1995.
- 4) Bradley, J. and Peterka, A.: The hydraulic design of stilling basins: Hydraulic jumps on a horizontal apron (Basin I), *J. Hydraul. Div.*, 83(HY5), 1401–1–1401–24, 1957.
- 5) 佐藤柳言, 高橋正行, 大津岩夫: 長方形断面水平水路の跳水の 長さとエネルギー損失の関係, 土木学会論文集 A2(応用力学), 2021(印刷中).
- 6) Rajaratnam, N.: Free flow immediately below sluice gates, J. *Hydraul. Div.*, 103(4), 345–351, 1977.
- Rouse, H., Siao, T., and Nagaratnam, S.: Turbulence characteristics of the hydraulic jump, *J. Hydraul. Div.*, 84(HY1), 1528–1–1528–30, 1958.
- Ohtsu, I., Yasuda, Y., and Takahashi, M.: Discussion of "Energy dissipation and turbulent production in weak hydraulic jumps", *J. Hydraul. Eng.*, 137(8), 860–862, 2011.
- 9) Nezu, I. and Nakagawa, H.: *Turbulence in open-channel flows*, Taylor & Francis, Rotterdam, 1993.