

有限要素法による遮音壁周辺の音場解析

中央大学大学院 学生会員 ○ 深澤 一志
 中央大学 正会員 榎山 和男
 京都大学大学院 正会員 吉川 仁

1. はじめに

騒音は典型7公害の一つとして定められており、近年の都市開発や都市部の活性化に伴い、騒音被害は増加している。騒音の評価には、近年のコンピュータ技術の向上に伴い、幾何音響理論や波動音響理論に基づく数値シミュレーションが広く用いられている。

著者らは、高精度なシミュレーションが可能な波動音響理論に基づき、高速多重極境界要素法による大規模音場解析手法の構築を行い、本手法を用いて遮音壁形状の差異による影響の検討¹⁾を行ってきた。一方、領域型の数値解析手法である有限要素法は任意形状への適用性や不均質な物体中の波動伝播に対して、有効性が知られている。

そこで本報告では、有限要素法に基づく大規模音場解析手法の構築を行い、計算精度および計算効率について、高速多重極境界要素法との比較を行うものである。

2. 数値解析手法

(1) 支配方程式

本研究で取り扱う3次元非定常波動問題の支配方程式である3次元の波動方程式、境界条件を以下に示す。

・支配方程式

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2} = 0 \quad \text{in } \Omega, \quad (1)$$

・Dirichlet 境界条件

$$u = \hat{u} \quad \text{on } \Gamma_u, \quad (2)$$

・Neumann 境界条件

$$\frac{\partial u}{\partial n} = 0 \quad \text{on } \Gamma_{u'}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial n} = -\frac{1}{c} \frac{\partial u}{\partial t} \quad \text{on } \Gamma_{u'}. \quad (4)$$

ここで、 Ω 、 Γ_u 、 $\Gamma_{u'}$ はそれぞれ解析領域、Dirichlet 境界条件、Neumann 境界条件を表し、 c は波速、 u は音圧、 \hat{u} は既知の音圧、 n は解析領域からの外向き法線ベクトルを示す。また、式(3)は散乱体での反射境界条件であり、式(4)は開境界での透過境界条件²⁾である。

式(1)に対し、空間方向に Galerkin 法、時間方向に Crank-Nicolson 法を適用し離散化を施すと、以下の有限要素方程式を得る。

$$\mathbf{M}_e \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \mathbf{K}_e u = \mathbf{F}_e \quad (5)$$

ここで、 \mathbf{M}_e 、 \mathbf{K}_e 、 \mathbf{F}_e はそれぞれ質量行列、拡散行列、境界積分項を表す。また、質量行列に集中化を施し、陽解法により、未知数である音圧値を求める。

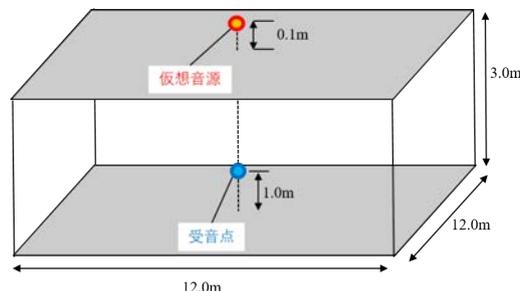


図-1 ベンチマーク問題の解析モデル

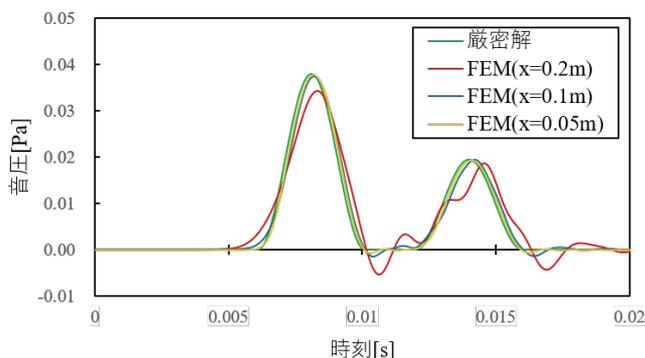


図-2 受音点における解析解と厳密解の比較

3. 数値解析例

(1) 基本例

a) ベンチマーク問題

有限要素法による音場解析プログラムの妥当性の検証をするために、図-1に示す解析モデルでベンチマーク解析を行い、厳密解との比較を行った。時間幅は0.01msとし250Hzのcos波1波長とした。要素分割幅は1波長をそれぞれ約7, 13, 27分割した、0.2m, 0.1m, 0.05mの3種類で解析を行った。なお、本研究では、仮想音源を設け距離減衰式から境界面での音圧値を求める手法である、平面入射境界を使用している。本手法により、計算コスト、メモリ容量の削減がなされる。詳しくは既往の論文を参照されたい³⁾。

b) 解析結果

受音点で得られる音圧値と厳密解の比較図を図-2に示す。図より1波長を15分割程度した要素分割幅であれば、厳密解と概ね良い一致を示すことが確認できる。

(2) 応用例

a) 工事騒音問題

図-3に解析に用いるモデルを示す。音速、時間増分はそれぞれ、340m/s, 0.0512msとし、要素分割幅は入射波の1波長を15分割した、0.034mとする。また、壁面、地面部(底面)の境界条件を完全反射、開空間境界にはMurの吸収

KeyWords: 有限要素法, 騒音, 遮音壁

連絡先: 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 TEL: 03-3817-1815 E-mail: a17.kfgc@g.chuo-u.ac.jp

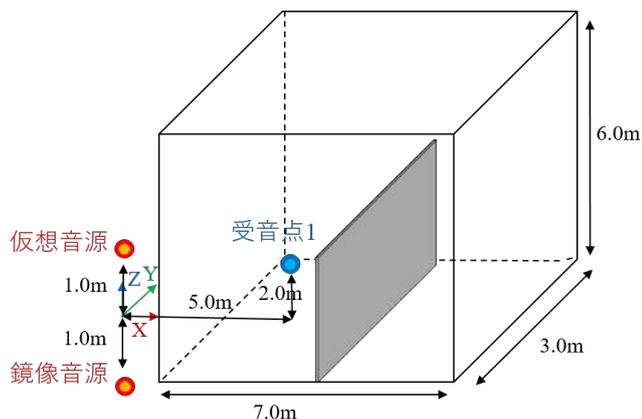


図-3 解析モデル

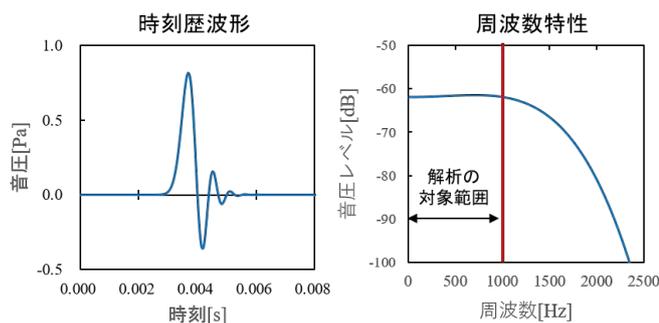


図-4 Lubichの疑似インパルス

境界を使用する。

入力波には以下の式により得られる Lubich の疑似インパルスを用いる。生成した入力波とその周波数特性を図-4に示す。図に示すように、このインパルスは、ある周波数まではほぼ一定を保ち、高周波になると急激に減衰するという特徴を持つ。周波数特性が平坦な領域の上限の周波数は、式中のパラメータに連動して変更することができる。本研究では、 $L = 2000$ 、 $r = 1.2\text{m}$ 、 $\Delta t = 0.0512\text{ms}$ として入力波を生成し、1000Hz までを対象範囲として解析を行う。

$$\omega_n(\Delta t) = \frac{R^{-n}}{L} \sum_{L=0}^{L-1} \left(\frac{1}{4\pi r} e^{-\frac{\varepsilon}{r}} \right) e^{(-2\pi i \frac{nL}{L})} \quad (6)$$

また、解析に使用したコンピュータは、京都大学のスーパーコンピュータシステム、CrayXC40であり、1ノードあたり68コアと90GBを有している。本解析ではそれぞれ、このコンピュータの8ノードを使用し、544コアでの並列計算を実施した。

b) 解析結果

図-5に解析結果の3次元可視図である。波が伝播している様子が確認できる。また、図-3に示す受音点で得られる音圧値の時刻歴波形を図-5に示す。参照解であるFMBEMの波形と概ね一致していることが確認できる。計算時間と、使用メモリの比較図を図-7に示す。ここで、それぞれの手法は解法の型が異なるが、遮音壁モデルの大きさを統一をすることで、同等の解析を行ったとしている。FEMの方が計算時間、使用メモリともに大幅に削減できていることが確認できる。

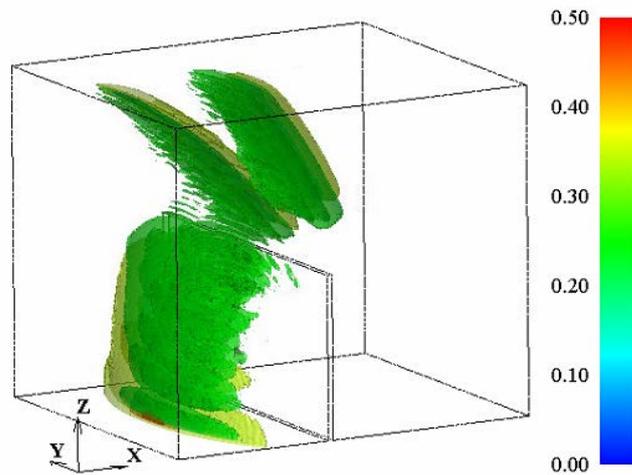
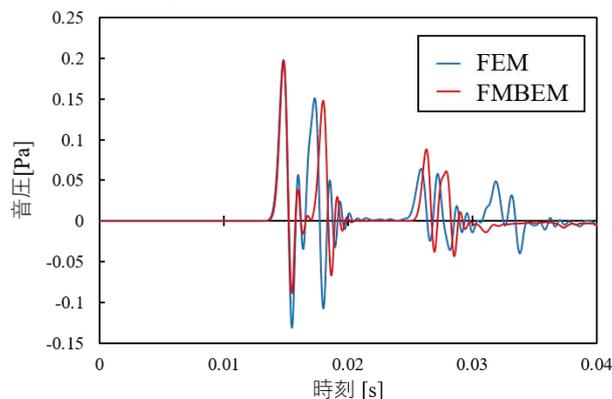
図-5 解析領域内のインパルス波の3次元可視化図(時刻 $t=0.0154$)

図-6 受音点におけるFMBEMとFEMの比較図

	計算時間[分]	使用メモリ[GB]
FEM	18.5	17.0
FMBEM	32.0	56.4

図-7 計算時間と使用メモリの比較図

4. おわりに

本報告では、有限要素法に基づく大規模音場解析手法の構築を行い、計算精度および計算効率について高速多重極境界要素法との比較を行った。その結果、有限要素法は境界要素法に比べ、効率面で優位性があることが明らかとなった。

今後は、遮音壁や地面部での任意反射率の考慮、遮音壁内部の解析を行うことを予定している。

参考文献

- 1) 庄子諒, 深澤一志, 吉川仁, 高橋徹, 榎山和男: インパルス応答解析に基づく高速多重極境界要素法による音場解析とその可聴化(印刷中), 土木学会論文集 A2(応用力学), 土木学会, Vol77, No2, 2021.
- 2) Mur, G. Absorbing boundary conditions for the finite difference approximation of the time-domain electromagnetic-field equations. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* (1981) Vol23, No4, pp.377-382
- 3) 吉町徹, 今井啓太, 谷川将規, 榎山和男: 疑似インパルス応答解析に基づく騒音予測手法の構築とVR技術を用いた可聴化, 土木学会論文集 A2(応用力学), 土木学会, Vol72, No.2, pp. I.207-I.216, 2016.